F 3132
061110.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI

Tomul XXVII (XXXI)

Fasc. 1—2

Secția IV

MECANICĂ APLICATĂ

1981

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITATEA TEHNICĂ GHEORGHE ASACHI DIN IAȘI

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXVII (XXXI)

Fasc. 1 – 2

Secţia IV

MECANICĂ APLICATĂ

1981

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. **VAL. BLIDARU**
Prof. dr. doc. **N.V. BOȚAN**
Prof. dr. ing. **M. GAFIȚANU** (președinte)
Prof. dr. **P. MÂLCOMETE**
Prof. dr. doc. **D. MANGERON**
Prof. dr. ing. **T. SILION**
Acad. prof. dr. doc. **CR. SIMIONESCU**
Prof. dr. ing. **I. VLAD**

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI IV MECANICĂ APLICATĂ

Prof. dr. ing. **PAUL MATEI**
Prof. dr. ing. **DAVID PERETZ**
Prof. dr. ing. **C. PICOȘ**

REDACȚIA

Prof. dr. doc. **D. MANGERON** (redactor responsabil)
Prof. dr. doc. ing. **ALFRED BRAIER** (secretar de redacție)
Asist. ing. **ANETA BRAIER** (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 1–2 1981

Secţia IV

MECANICĂ APLICATĂ

SUMAR

Pag.

ILIE N. CONSTANTINESCU şi GRIGORE TĂTARU, Teoria distribuţiilor aplicată la studiul sistemelor vibrante liniare conservative cu un grad de libertate (engl., rez. rom.) 9

V. K. KULIK (U.R.S.S.), Sinteza dinamică a mecanismelor ţinînd seama de caracterul aleator al perturbaţiilor şi deviaţiilor parametrilor (franc., rez. rom.) 13

N. IONIŢĂ, Sisteme liniare cu trei parametri, generatoare prin înfăşurare prin intermediul mecanismelor spaţiale de noi clase de suprafeţe, profile sau curbe strîmbe (franc., rez. rom.) 21

ELISABETA RUSU, CORNELIA GÎRLEA şi FLORINA BUZESCU, Unde Rayleigh în o teorie generalizată a termoelasticităţii (engl., rez. rom.) . . . 25

I. IBĂNESCU, Ecuaţiile plăcilor micropolare cu tensiuni simetrice (franc., rez. rom.) 31

M. LAL (India), Tensiuni termice datorite unui flux caloric printr-o regiune inelară (engl., rez. rom.) 37

MARIA BUCUR, Calculul mărimilor caracteristice ale stratului limită laminar prin metoda generalizată a lui von Mises (engl., rez. rom.) 47

ILIE SIMINICEANU şi AL. POP, Hidrodinamica reactorului primar de conversie catalitică a metanului (I) (germ., rez. rom.) 53

OVIDIU ALEXANDRESCU, Probleme ale funcţionării turbopompelor în regim de cavitaţie (franc., rez. rom.) 61

V. BRAHA, OCTAVIAN PRUTEANU, VICTOR FLORIN POTERAŞU şi DRAGOŞ PARASCHIV, Influenţa forţei centrifuge de dezechilibru şi a componentelor forţei de aşchiere asupra traiectoriei axei pieselor cu rigiditate redusă, la strunjirea între vîrfuri (franc., rez. rom.) 69

I. ALEXANDRU, GH. AILINCĂI, C. PICOŞ, A. DIMA şi V. BULANCEA, Aspecte legate de influenţa tratamentelor termice criogenice asupra redistribuirii elementelor de aliere între matrice şi faza carburică din oţelurile rapide Rp3 (engl., rez. rom.) 75

A. DIMA, TOMA FĂRCAŞ, I. ALEXANDRU, GH. AILINCĂI şi R. DĂNILĂ, Cercetări experimentale privind durabilitatea la oboseală a aliajelor ATC Si 10 Mg, funcţie de ciclurile de tratament termic (engl., rez. rom.) . . 79

Pag.

N. GOJINEȚCHI, Considerațiuni și probleme metodice privind concepția și proiectarea dispozitivelor speciale de prindere în construcția de mașini. (II) Elaborarea schemelor de orientare și strîngere (rom., rez. germ.) . . . 85

N. GHERGHEL, Modele matematice pentru principalele criterii de evaluare a performanțelor la rectificarea electrochimică-abrazivă cu apăsare constantă a aliajelor dure sinterizate (ital., rez. rom.) 95

CAZIMIR BOHOSIEVICI și V. TĂTARU, Influența uzurii frezelor frontale asupra rugozității suprafețelor prelucrate (rom., rez. rusă) 103

CORNELIU VELIȘCU și NICULAE I. MIHAI, Metodă pentru amplasarea rațională a mașinilor în cazul producției de serie mică (rom., rez. franc.) . 107

Prof. dr. doc. ing. CORNELIU I. DRĂGAN 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXVII (XXXI), Fasc. 1–2 1981

Section IV

APPLIED MECHANICS

CONTENTS

Pp.

ILIE N. CONSTANTINESCU and GRIGORE TĂTARU, Applications of the Distribution Theory to the Study of Conservative Linear Vibratory Systems with One Degree of Freedom (English, Romanian summary) . . . 9

V. K. KOULIK (U.R.S.S.), Sur la synthèse dynamique des mécanismes en tenant compte du caractère aléatoire des perturbations et des déviations des paramètres (French, Romanian summary) 13

N. IONIȚĂ, Systèmes linéaires à trois paramètres générateurs par enveloppement par des mécanismes de l'espace de nouvelles classes de surfaces, profils et lignes gauches utiles (French, Romanian summary) 21

ELISABETA RUSU, CORNELIA GÎRLEA and FLORINA BUZESCU, Rayleigh Waves in a Generalized Theory of Thermoelasticity (English, Romanian summary) 25

I. IBĂNESCU, Les équations des plaques micropolaires avec les contraintes symétriques (French, Romanian summary) 31

M. LAL (India), Thermal Stresses Due to Prescribed Flux of Heat within a Flat annular Region (English, Romanian summary) 37

MARIA BUCUR, Calculation of Laminar Boundary Layer Characteristics by von Mises Generalized Method (English, Romanian summary) 47

ILIE SIMINICEANU und AL. POP, Hydrodynamick des primären Reformreaktors für Methan. (I) Analyse der vorhandenen Daten (German, Romanian summary) 53

OVIDIU ALEXANDRESCU, Problèmes du fonctionnement des turbopompes en régime de cavitation (French, Romanian summary) 61

V. BRAHA, OCTAVIAN PRUTEANU, VICTOR FLORIN POTERAȘU et DRAGOȘ PARASCHIV, L'influence de la force centrifuge de déséquilibre et des composantes de la force de taillage sur la trajectoire de l'axe des pièces avec rigidité réduite dans le processus de tournage entre points (French, Romanian summary) 69

I. ALEXANDRU, GH. AILINCĂI, C. PICOȘ, A. DIMA and V. BULANCEA, Aspects of the Influence of Cryogenic Thermal Treatments on the Redistribution of Alloying Constituents between the Matrix and the Carburic Phase from Rp3 High Speed Steels (English, Romanian summary) 75

A. DIMA, TOMA FĂRCAŞ, I. ALEXANDRU, GH. AILINCĂI and R. DĂNILĂ, Experimental Researches for the Determination of the ATC Si 10 Mg Alloy Fatigue Life, Function of Different Applied Thermal Treatment Cycles (English, Romanian summary) 79

N. GOJINEŢCHI, Betrachtungen und methodischen Fragen über den Entwurf der Speziellspanvorrichtungen für die Maschinenkonstruktion (II) (Romanian, German summary) 85

N. GHERGHEL, Modelli matematici per i principali criteri di valutazione dei risultati della rettifica elettrochimica-abrasiva tramite pressione costante, di alcune leghe dure sintetizate (carburi metallici) (I) (Italian, Romanian summary) 95

CAZIMIR BOHOSIEVICI and V. TĂTARU, The Influence of Face Willing Cutter Wear on the Roughness of Machined Surface (Romanian, Russian summary) 103

CORNELIU VELIŞCU et NICULAE I. MIHAI, Méthode pour l'emplacement rationnel des machines dans le cas de la production de petite série (Romanian, French summary) 107

Professor Dr. Eng., D.S. CORNELIU I. DRĂGAN 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXVII (XXXI), Вып. 1—2 1981

Секция I

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ИЛИЕ Н. КОНСТАНТИНЕСКУ и ГРИГОРЕ ТЭТАРУ, Применение теории распределений к линейной консервативной колебательной системе с одной степенью свободы (англ., рез. рум.) 9

В. К. КУЛИК (СССР), Динамический синтез механизмов в условиях вероятностного характера возмущений и девиаций параметров (франц., рез. рум.) 13

Н. ИОНИЦЕ, Линеиные трехпараметровые системы генерирующе огибанием пространственными механизмами новые классы поверхностеи профилеи и кривых (франц., рез. рум.) 21

ЭЛИСАБЕТА РУСУ, КОРНЕЛИЯ ГЫРЛЯ и ФЛОРИНА БУЗЕСКУ, Волны Релея в однои обобщеннои теории термоупругости (англ., рез. рум.) 25

И. ИБЭНЕСКУ, Уравиения микрополярных пластин с симметрическими напряжениями (франц., рез. рум.) 31

М. ЛАЛ (Индия), Термические напряжения вызванные термическим потоком через кольцовои области (англ., рез. рум.) 37

МАРИЯ БУКУР, Вычисление характеристических величин ламинарного пограничного слоя обобщённыи методом фон Мизеса (англ., рез. рум.) 47

ИЛИЕ СИМИНИЧЯНУ и АЛ. ПОП, Гидродинамика примарного реактора каталитическои конверсии метана (I) (нем., рез. рум.) 53

ОВИДЮ АЛЕКСАНДРЕСКУ, Вопросы действии насосы в кавитационых режимах (франц., рез. рум.) 61

В. БРАХА, ОКТАВИАН ПРУТЯНУ, ВИКТОР ФЛОРИН ПОТЕРАШУ и ДРАГОШ ПАРАСКИВ, Влияние центробежной неуравновешнной силы и компонентов силы резания на траекторию оси деталь низкой жесткоси при токарной обработке между центрами (франц., рез. рум.) 69

И. АЛЕКСАНДРУ, Г. АИЛИНКЭИ, К. ПИКОШ и В. БУЛАНЧЯ, Некоторые аспекты, связанные с влиянием криогеннои термообработки на перераспределение элементов связи между матрицеи и карбидной фазой быстрорежущих сталеи Rp3 (англ., рез. рум.) 75

А. ДИМА, Т. ФАРКАШ, И. АЛЕКСАНДРУ, Г. АИЛИНКЭИ и Р. ДЭНИЛЭ, Экспериментальные исследования относительно определения усталостнои прочности сплава ATC Si 10 Mg в зависимости от различных циклов термических обработок (англ., рез. рум.) . . 79

Стр.

Н. ГОЖИНЕЦКИ, Виды и методические проблемы проектированние приспособлении в машиностроении (II) (рум., рез. нем.) 85

Н. ГЕРГЕЛ, Математические модель для электрохимическое алмазное шлифование (I) (итал., рез. рум.) 95

КАЗИМИР БОХОСИЕВИЧ и В. ТЭТАРУ, Влияние износа торцовых фрез на шероховатость обработанной поверхности (рум., рез. руск.) 103

КОРНЕЛЮ ВЕЛИШКУ и НИКУЛАИЕ И. МИХАИ, Метод рационального размещения машин для малого серйного пройэводства (рум., рез. франц.) 107

Проф. др. инж. КОРНЕЛЮ И. ДРЭГАН 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tom. XXVIII (XXXII), Fasc. 1—2 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.C. 534.01

APPLICATIONS OF THE DISTRIBUTION THEORY TO THE STUDY OF CONSERVATIVE LINEAR VIBRATORY SYSTEMS WITH ONE DEGREE OF FREEDOM

BY

ILIE N. CONSTANTINESCU and GRIGORE TĂTARU

The most ordinary mechanical model of such a system is formed, as it is known, by a simple body of mass m, to which is attached the end of a loop with elasticity constant K, so that the body may have the possibility to effect only a motion of translation (Fig. 1).

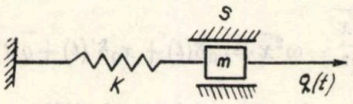


Fig. 1

Upon the body of mass m actuate the forces: $F_e = -Kx$, $K > 0$ (if the elasticity force is of attraction or $F_e = Kx$ (if we have a repulsion elasticity force); the disturbing force $q(t)$ which maintains the motion; the net weight mg and the normal reaction of the plane suspension surface S.

Using the second law of Newton and projecting it onto the x-axis we obtain

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = q(t), \tag{1}$$

if the elasticity force is of attraction or

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \omega^2 x = q(t), \tag{2}$$

if the elasticity force is a repulsion one.

In differential equations (1), (2), we have noted $\omega^2 = K/m$ and we have renoted $\frac{1}{m} q(t)$ with the same $q(t)$. Eq. (1) or (2) represents the differential equation of the linear vibrations of translation of a vibratory conservative system with only one degree of freedom.

We attach to the equations (1) and (2) the initial conditions :

$$x(t)|_{t=+0} = x_0, \qquad \left.\frac{dx(t)}{dt}\right|_{t=+0} = v_0. \tag{3}$$

We introduce the functions $\bar{x}(t) = \theta(t)x(t)$; $(\bar{q}t) = \theta(t)q(t)$ where, $\theta(t)$ is the Heaviside function.

The equations (1) and (2) become :

$$\frac{\tilde{d}^2\bar{x}}{dt^2} + \omega^2\bar{x} = \bar{q}(t), \tag{1'}$$

$$\frac{\tilde{d}^2\bar{x}}{dt^2} - \omega^2\bar{x} = \bar{q}(t). \tag{2'}$$

The sign tilde indicates that $x(t)$ is differentiated in a classical sense.

Knowing the relation which exists between the classical derivative and the derivatives in the sense of the distributions theory for a discontinuous function, the equations (1') and (2') become :

$$\frac{d^2\bar{x}}{dt^2} + \omega^2\bar{x} = v_0\delta(t) + x_0\delta'(t) + \bar{q}(t), \tag{4}$$

$$\frac{d^2\bar{x}}{dt^2} - \omega^2\bar{x} = v_0\delta(t) + x_0\delta'(t) + \bar{q}(t). \tag{5}$$

In these equations, the operation of differentiation is done in the sense of the distributions theory and $\delta(t)$ represents the Dirac's distribution.

If we note with $E_1(t)$ the fundamental solution of the differential functional $d^2/dt^2 + \omega^2$ and with $E_2(t)$ the fundamental solution of the differential functional $d^2/dt^2 - \omega^2$, we have

$$E_1(t) = \theta(t)\frac{\sinh \omega t}{\omega}; \qquad E_2(t) = \theta(t)\frac{\sinh \omega_t}{\omega}. \tag{A}$$

In this way the solutions of the two equations can be written

$$\bar{x}(t) = \frac{\theta(t)}{\omega}\sin \omega t \ast [v_0\delta(t) + x_0\delta'(t) + \bar{q}(t)] \tag{B}$$

for equation (4) and

$$\bar{x}(t) = \frac{\theta(t)}{\omega}\sinh \omega t \ast [v_0\delta(t) + x_0\delta(t) + \bar{q}(t)] \tag{C}$$

for equation (5), which can be written also

$$\begin{cases} \bar{x}(t) = \theta(t)\left(\dfrac{v_0}{\omega}\sin \omega t + x_0 \cos \omega t\right) + \theta(t)\dfrac{\sin \omega t}{\omega} \ast \bar{q}(t), \\ \bar{x}(t) = \theta(t)\left(\dfrac{v_0}{\omega}\sinh \omega t + x_0 \cosh \omega t\right) + \theta(t)\dfrac{\sinh \omega t}{\omega} \ast \bar{q}(t). \end{cases} \tag{6}$$

If the disturbing force $\bar{q}(t)$ is locally integrable, solutions (6) become

$$(6') \quad \begin{cases} \bar{x}(t) = \theta(t)\left[\dfrac{v_0}{\omega}\sin\omega t + x_0\cos\omega t + \dfrac{1}{\omega}\displaystyle\int_0^t \sin\omega(t-\tau)q(\tau)\mathrm{d}\tau\right], \\ \bar{x}(t) = \theta(t)\left[\dfrac{v_0}{\omega}\sinh\omega t + x_0\cosh\omega t + \dfrac{1}{\omega}\displaystyle\int_0^t \sinh\omega(t-\tau)q(\tau)\mathrm{d}\tau\right]. \end{cases}$$

The disturbing force $q(t)$ is also called excitation force of the vibratory system. Relations (6') give us the solutions of the Eqs. (4) and (5) for an arbitrary excitation force (but locally integrable).

We shall determine now the vibrations in a few particular cases :

a) the excitation force is an impulse at the initial moment ;

b) the excitation force is an impulse at the initial moment and then maintained constant in time.

a) In this case the excitation force has the following form :

$$\bar{q}(t) = P_0\delta(t) ;$$

$$\theta(t)\frac{\sin\omega t}{\omega} * \bar{q}(t) = \frac{P_0}{\omega}\theta(t)\sin\omega t,$$

and the solutions (6') become :

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{v_0+P_0}{\omega}\sin\omega t + x_0\cos\omega t, \\ x(t) = \dfrac{v_0+P_0}{\omega}\sinh\omega t + x_0\cosh\omega t, \end{cases} \qquad t \geqslant 0.$$

We can notice that none of these solutions verify the second conditions from (3). It is due to the fact that the initial impulse has introduced a additional initial speed equal with P_0.

b) Here the excitation force $\bar{q}(t)$ has the form $\bar{q}(t) = P_0\theta(t)$ and thus

$$\int_0^t \sin\omega(t-\tau)q(\tau)\mathrm{d}\tau = P_0\int_0^t \sin\omega(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \frac{P_0}{\omega}\cos\omega(t-\tau)\Big|_0^t = \frac{P_0}{\omega} - \frac{P_0}{\omega}\cos\omega t.$$

The first of the solutions (6') becomes

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t + x_0\cos\omega t + \frac{P_0}{\omega^2}(1-\cos\omega t), \qquad t \geqslant 0.$$

We can notice that this solution verifies the initial conditions (3).

Received March 3, 1980 *Minning Institute, Petroshani*

BIBLIOGRAFIE

1. Constantinescu I.N., Bolog C., *Mecanica*. Ed. did. şi ped., Buc., 1978.
2. Kecs W., Teodorescu P.P., *Applications of the Theory of Distributions in Mechanics*. Ed. Acad., Bucureşti; Abacus Press, Tunbridge Wells, Kent, 1974.
3. Schwartz L., *Théorie des distributions*. Hermann, Paris, 1966.
4. Constantinescu I.N., Zeszity Naukovo Akademii Gorniczo-Nutniczy, Krakow—Poland, **15**, H.Z. *8*, (1965).
5. Constantinescu I.N., Revue X, AIA, Bruxelles—Belgique, *3* (1970).
6. Constantinescu I.N., Rudarsko—Metalurski, Zbornik, Ljublijana, *4* (1970).
7. Constantinescu I.N., Darabont A., *Asupra dinamicii punctului material cu caracteristici discontinuu variabile*. Bul. şt. şi tehn. al Inst. polit. „Traian Vuia" Timişoara, seria mat. fiz., **17**, *1*, 1—6 (1972).

TEORIA DISTRIBUŢIILOR APLICATĂ LA STUDIUL SISTEMELOR VIBRANTE LINIARE CONSERVATIVE CU UN GRAD DE LIBERTATE

(Rezumat)

Ecuaţia diferenţială a vibraţiilor liniare de translaţie a unui sistem vibrant conservativ cu un singur grad de libertate (1) şi condiţiile iniţiale (3) are drept corespondent în teoria distribuţiilor, ecuaţia diferenţială (4). Soluţia acestei ecuaţii diferenţiale se obţine uşor folosind soluţia fundamentală $E(t)$ a operatorului diferenţial $d^2/dt^2+\omega^2$, care conduce prin (A) la (B).

În continuare se analizează cazurile particulare cînd forţa de excitaţie $q(t)$ este un şoc la momentul iniţial şi cînd este un şoc la momentul iniţial menţinut apoi constant în timp.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tom. XXVII (XXXI), Fasc. 1–2 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

C. D. 531.3; 621–2

SUR LA SYNTHÈSE DYNAMIQUE DES MÉCANISMES EN TENANT COMPTE DU CARACTÈRE ALÉATOIRE DES PERTURBATIONS ET DES DÉVIATIONS DES PARAMÈTRES

PAR

V.K. KOULIK

1. Introduction. Les paramètres des mécanismes réels s'écartent plus ou moins de leurs valeurs nominales déterminés à leur origine. Les déviations — défauts des mécanismes — résultent des défauts technologiques de fabrication et de montage, des déformations de température, de l'usure des couples d'éléments et des autres facteurs de caractère aléatoire. Ces défauts défigurent considérablement les caractéristiques des mécanismes [1], [2].

Dans des conditions réelles de fonctionnement les forces perturbatrices et les perturbations cinétiques agissant sur les éléments des mécanismes portent aussi un caractère aléatoire. Le caractère aléatoire des forces perturbatrices provient des changements fortuits des forces de résistance technologique causés par la non-identité des processus du service théoriquement pareils, des écarts des charges réelles d'inertie des charges calculées, du caractère aléatoire du changement des forces de frottement etc. Le caractère aléatoire des défauts des mécanismes et des déformations élastiques de celui des forces perturbatrices détermine le caractère aléatoire des perturbations cinétiques.

Pour créer des mécanismes effectifs à bon fonctionnement il est nécessaire de tenir compte, à leur stade de projet, des conditions réelles de fabrication et de fonctionnement. C'est pourquoi il est important de posséder en position stochastique une élaboration de méthode de synthèse optimale en tenant compte du caractère aléatoire des perturbations et des déviations des paramètres.

2. Position du problème. Le présent article examine la solution d'un problème de synthèse dynamique des mécanismes dont les équations de mouvement peuvent être représentées sous la forme d'un système d'équations différentielles et stochastiques

$$\frac{du}{dt} = A(\xi)u + \varphi(t) \; ; \qquad u(0) = u_0, \tag{1}$$

où u est le vecteur des coordonnées de phase ; $A(\xi)$ — la matrice du système dépendant du vecteur aléatoire ξ des paramètres du mécanisme : $\varphi(t)$ — le vecteur-fonction des perturbations.

En cas général

$$\varphi(t)=\begin{bmatrix} p(t) \\ y(t) \end{bmatrix},$$

où $y(t)$ — la perturbation cinétique, $p(t)$ — la force perturbatrice.

Les perturbations $p(t)$ et $y(t)$ sont des processus aléatoires. La force agissant sur le q-e chaînon du mécanisme est

$$p_q(t)=\{M[p_q(t)]+\theta_q(t)\ ;\ q=\overline{1,k}\},$$

où M — le symbole de la pause mathématique (PM) ; $M[p_q(t)]$ — une composante déterminée de la perturbation ; $\theta_q(t)$ — le processus aléatoire avec la PM nulle, définissant la composante aléatoire de la perturbation.

La perturbation cinétique $y(t)$ peut-être aussi représentée sous un aspect analogue.

Le vecteur ξ des paramètres du mécanisme est aléatoire c'est-à-dire

$$\xi=\{x_j+\mu_j\ ;\ j=\overline{1,n}\},$$

où x, μ sont les composantes déterminée et aléatoire ; n — le nombre des paramètres variés du mécanisme. On prend pour function de but :

a) Pour les modèles dynamiques des mécanismes avec force perturbatrice $\varphi(t)=\begin{bmatrix} p(t) \\ 0 \end{bmatrix}$ (fig. 1 *a*),

$$\Phi_1=M[\psi_1(x,\mu,\theta)], \tag{2}$$

où $\psi_1=\max\limits_{t\in[o,t_c]}|u_i(t,\varphi,p)|$; t_c — le temps du cycle ; $u_i(t)$ — élongation de la masse m_i ; $1\leqslant i\leqslant l$; l — nombre de degrés de liberté.

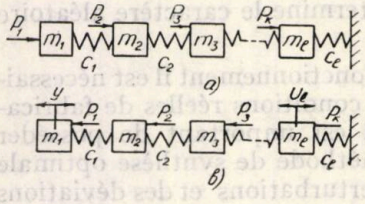


Fig. 1

La fonction (2) détermine la valeur moyenne de l'élongation maximum du i-e masse sous l'effet de la force perturbatrice $p(t)$.

b) Pour les modèles dynamiques des mécanismes avec perturbation cinétique et force perturbatrice $\varphi(t)=\begin{bmatrix} p(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$ (fig. 1*b*),

$$\Phi_2=M[\psi_2(x,\mu,\theta)], \tag{3}$$

où $\psi_2=\max\limits_{t\in[0,t_c]}|y(t)-u_i(t,y(t),\xi,p)|$; $1\leqslant i\leqslant l$.

La fonction (3) détermine la valeur moyenne de la discordance des positions du point principal et des la i-e masse sous l'effet des perturbations cinétiques $y(t)$ et des forces perturbatrices $p(t)$.

Examinons la solution du problème

$$\min_x \Phi_r\ ;\quad r=1,2, \tag{4}$$

c'est-à-dire effectuons la synthèse selon la méthode de P.L. Tchébichev [3], [8], mais en prenant en considération le caractère aléatoire des pertur-

bations et des défauts. Dans cette position le calcul des paramètres optimaux aboutit à la solution des problèmes minimaximum stochastiques. Ces problèmes peuvent se résoudre selon les méthodes de la programmation stochastique [5]. Le présent article examine la solution d'un problème de synthèse stochastique selon une méthode quasi-gradient [6].

3. La méthode de solution. Notons d'abord que les problèmes (4) ne peuvent être résolus selon les méthodes de programmation non-linéaire connues puisque la structure des fonctions de but est extrêmement compliquée et les méthodes analytiques de calcul ayant des valeurs semblables sont actuellement inconnues. D'autre part les réalisations des fonctions aléatoires ψ_1 et ψ_2 peuvent être calculées selon la méthode de l'imitation des modèles qui permet de reproduire en modèle le mouvement du mécanisme et de déterminer la réalisation des fonctions aléatoires ψ_1 et ψ_2.

Il est raisonnable de définir le vecteur optimal x^* de la PM des paramètres du mécanisme selon les méthodes directes de programmation stochastique [5] en utilisant les réalisations du vecteur ξ, les processus $y(t)$ et $p(t)$ ainsi que les fonctions aléatoires ψ_1 et ψ_2. Dans cet article le vecteur x^* est obtenu à l'aide de la méthode quasi-gradient stochastique. L'application de cette méthode se justifie aussi bien dans la position stochastique du problème de la synthèse que dans la non-différenciation des fonctions de but (2) et (3) [7], [9]. Le vecteur x^* se calcule à l'aide des relations [5], [6]

$$x^{s+1} = x^s - h_s \varepsilon(x^s) ; \quad s = 1, 2, \ldots, \tag{5}$$

où s — le numéro d'ordre du processus itératif ; h_s — le facteur du pas ; $\varepsilon(x^s)$ — le quasi-gradient stochastique.

Les calculs suivis de $\varepsilon(x^s)$ sont cités ci-dessous pendant l'analyse des calculs. La démonstration de la similitude des processus itératifs est citée dans [10].

L'application de la méthode quasi-gradient stochastique est illustré par des exemples de calcul.

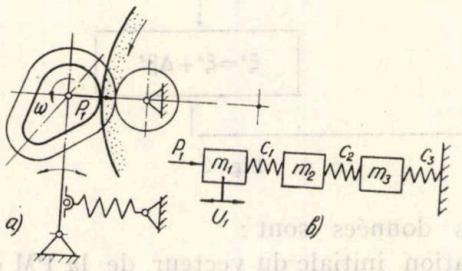


Fig. 2

4. Exemple. Définissons les quantités optimales de la PM des paramètres m_i^*, c_i^*, $i = \overline{1, 3}$ du mécanisme à copier d'une découpeuse à métaux (fig. 2 *a*). Le modèle dynamique du mécanisme possède 3 degrés de liberté (fig. 2 *b*). Pour les calculs faits nous avons utilisé les réalisations expérimentales de la perturbation $p_1(t)$ qui a la forme d'un impulsion triangulaire à ampli-

tude aléatoire, pendant que $p_2(t)=p_3(t)=0$. Déterminons la PM du vecteur $x^*=(m_1^*, m_2^*, m_3^*, c_1^*, c_2^*, c_3^*)$, minimisant la quantité moyenne de l'amplitude maximale u_1 de l'oscillation de la masse m_1 après l'interruption de l'effet de l'impulsion. Le bloc-schéma de l'algorithme du calcul est donné dans la fig. 3.

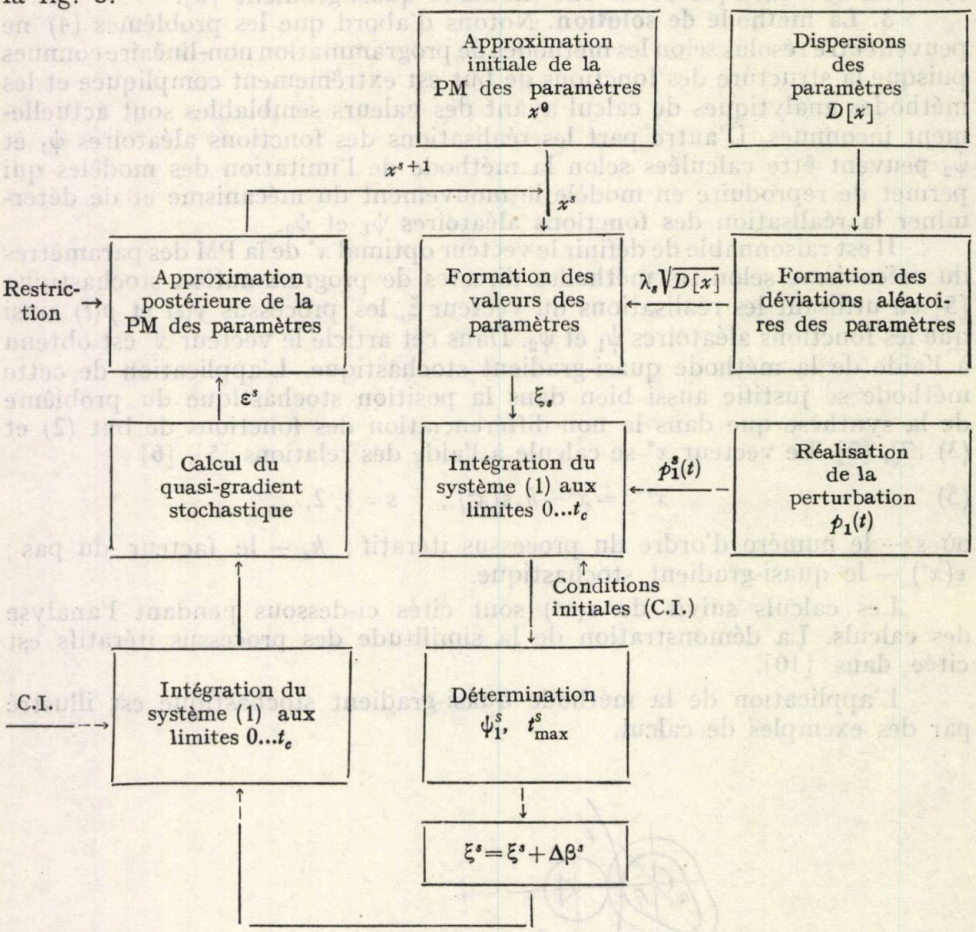


Fig. 3

Les premières données sont :

a) l'approximation initiale du vecteur de la PM des paramètres, x^0 ;

b) la dispersion des paramètres, $D[x]$;

c) le massif des réalisations de la perturbation, $p_1(t)$.

La formation des quantités aléatoires des paramètres $\xi^s=x^s+\lambda_s\sqrt{D[x]}$ en s-e itération avait lieu à l'aide d'un générateur de nombres répartis normalement λ avec la PM nulle et une dispersion sporadique [4]. Les réalisations de la perturbation $p_1(t)$ étaient ramenées au massif duquel on choisissait d'une manière fortuite une réalisation pour chaque processus itératif.

Après la formation du vecteur ξ^s et le choix de la réalisation $p_1^s(t)$ en intégrant le système (1) aux limites $[0, t_c]$ on a calculé la fonction aléatoire $\psi_1^s = \max_t |u_1|$ et le moment de la période $t^s_{\max}$ quand on atteignait le maximum. Ensuite on a donné aux paramètres un accroissement et le système s' intégrait une deuxième fois, puis on a calculé le quasi-gradient stochastique

$$\varepsilon_s = \frac{u_1(t^s_{\max}, \xi^s + \Delta\beta^s) - u_1(t^s_{\max}, \xi^s)}{\Delta} \cdot \beta_s,$$

où β — le vecteur avec composantes indépendantes et répartis régulièrement sur l'interval $[-1, 1]$; Δ — le vecteur des acroissements. L'approximation conséquente de PM du vecteur x se calculait à l'aide du rapport recurrent en tenant compte des restrictions (v. fig. 3).

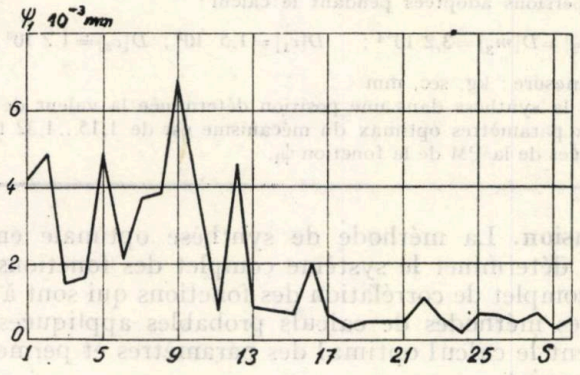


Fig. 4

Le graphique des changements de la fonction aléatoire ψ_1 par la génération de la succession du vecteur $\{\xi^s\}$ des paramètres est présenté dans la fig. 4. Les valeurs optimales de la PM obtenues des composants du vecteur x^* ont été soumises à une analyse statistique. Pour cette raison, le vecteur x^* étant fixé, le vecteur ξ se modifiait par rapport aux quantités des dispersions $D[x]$ et on a procédé à la représentation de nombreux modèles du mouvement du mécanisme à l'aide des calculatrices électroniques. En intégrant le système (1) on a calculé la réalisation de la fonction aléatoire ψ_1. Pendant les calculs l'indépendance du choix de la perturbation du massif des réalisations était assurée. Ensuite on a déterminé les valeurs de la PM et la dispersion de la fonction ψ_1. Le contrôle d'après la critère χ^2 a démontré que la densité de la probabilité des valeurs de cette fonction peut être calculée par approximation selon la loi ordinaire. Les quantités optimales de la PM des paramètres et les valeurs correspondantes de la PM et les dispersions de la function ψ_1 sont citées dans le tableau 1. On y cite aussi les données analogiques pour les paramètres initiaux. Dans un mécanisme à paramètres optimaux la valeur moyenne des amplitudes des oscillations se réduit à 5,1 fois et la dispersion à 3,7 fois.

Tableau 1

Valeurs de la PM et des dispersions de la fonction $\psi_1 10^3$ correspondants aux paramètres		Valeurs optimales de la PM des paramètres
initiaux	optimaux	
5,98	1,17	$m_1^* = 2{,}894 \quad 10^{-3}$
		$m_2^* = 2{,}810 \quad 10^{-3}$
		$m_3^* = 3{,}736 \quad 10^{-3}$
0,49	0,131	$c_1^* = 1{,}5 \quad 10^4$
		$c_2^* = 1{,}2 \quad 10^4$
		$c_3^* = 0{,}98 \quad 10^4$

1 Les dispersions adoptées pendant le calcul :

$D[m_1] = D[m_2] = D[m_3] = 3{,}2\ 10^{-4}$; $D[c_1] = 1{,}5\ 10^3$; $D[c_2] = 1{,}2\ 10^3$; $D[c_3] = 10^3$;

l'unite de mesure : kg, sec, mm

2 Pendant la synthèse dans une position déterminée la valeur de la fonction de but correspondant aux paramètres optimax du mécanisme est de 1,15... 1,32 fois plus petite que les valeurs indiquées de la PM de la fonction ψ_1.

5. Conclusion. La méthode de synthèse optimale envisagée exclue la nécessité de déterminer le système complet des fonctions de répartition ou le système complet de corrélation des fonctions qui sont à l'heure actuelle les éléments des méthodes de calculs probables appliquées. Cela simplifie considérablement le calcul optimal des paramètres et permet de le réaliser à l'étape du projet.

La méthode de synthèse n'est pas orientée sur des classes déterminées des processus aléatoires. Elle peut être appliquée indépendamment du fait que le vecteur-fonction des perturbations contient des processus $\varphi(t)$ aléatoires stationnaires ou non-stationnaires.

Reçue le 25 juillet 1980

Institut de Mécanique de l'Académie de Sciences de la R.S.S. d'Ucraine, Kiev, U.R.S.S.

BIBLIOGRAPHIE

1. Бруевич Н.Г., Сергеев В.И., *Основы нелинейной теории точности и надежности устройств*. «Наука», М., 1976.
2. Бруевич Н.Г., *Точность механизмов*. Гостехиздат, М., 1946.
3. Геронимус Я.Л., *Динамический синтез механизмов по Чебышеву*. Изд-во Харьковск. гос. ун.-та, Х., 1958.
4. Ермаков С.М., *Метод Монте-Карло и смежные вопросы*. «Наука», М., 1975.
5. Ермольев Ю.М., *Методы стохастического программирования*. «Наука», М., 1976.
6. Ермольев Ю.М., Нурминский Е.А., *Экстремальные задачи статистики и численные методы стохастического программирования*. Сб. «Некоторые вопросы управления и моделирования систем», Изд.-во Института матем. АН УССР, 1973.

7. Кулик В.К., Нурминский Е.А., *Оптимизация закона движения высокоскоростного копировального суппорта.* Машиноведение, *1* (1976).
8. Левитский И.Н., *Синтез механизмов по Чебышеву.* Изд-во АН С.С.С.Р., М., 1946.
9. Нурминский Е.А., *Квазиградиентный метод решения задачи нелинейного программирования.* Кибернетика, К., *1* (1973).
10. Нурминский Е.А., *Численные методы решения детерминированных и стохастических минимаксных задач.* «Наукова думка», К., 1979.

SINTEZA DINAMICĂ A MECANISMELOR ŢINÎND SEAMA DE CARACTERUL ALEATOR AL PERTURBAŢIILOR ŞI DEVIAŢIILOR PARAMETRILOR

(Rezumat)

Se studiază prin metoda cvasi-gradientului stochastic problema sintezei dinamice a mecanismelor ţinînd seama de caracterul aleator al perturbaţiilor şi deviaţiilor parametrilor. O schemă-bloc a algoritmului corespunzător metodei este aplicată cu succes la calculul parametrilor optimali ai mecanismului de copiere al unei maşini de debitat metale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tom. XXVII (XXXI), Fasc. 1—2 1981
Secția IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.D. 531.1; 621—3

SYSTÈMES LINÉAIRES À TROIS PARAMÈTRES GÉNÉRATEURS PAR ENVELOPPEMENT PAR DES MÉCANISMES DE L'ESPACE DE NOUVELLES CLASSES DE SURFACES, PROFILS ET LIGNES GAUCHES UTILES

PAR

N. IONIȚĂ

1. Dans le Traîté de *Cinématique théorique*, dont l'envergure est bien difficile à surestimer, dû à O. Bottema et B. Roth [1], le chapitre **XI** porte sur l'application de la cinématique plane, où les déplacements $D(a, b, \varphi)$ sont déterminés par trois nombres, en faisant correspondre à l'ensemble de tels dépacements, caractérisés dans les répères cartésiens OXY et oxy dans des plans fixe Σ et mobile E par

$$X = x\cos\varphi - y\sin\varphi + a, \qquad Y = x\sin\varphi + y\cos\varphi + b, \tag{1}$$

où a, b, sont les coordonnées de l'origine O et φ $(0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi)$ est l'angle de rotation, les points de l'espace à trois dimensions.

L'auteur, tout en soulignant dans cet ordre d'idées la possibilité de faire une étude systématique de la cinématique de l'espace à trois dimensions, en faisant correspondre à l'ensemble de déplacements $(a, b, c, \varphi, \psi, \theta)$ les points de l'espace euclidien à six dimensions, où l'on peut puiser avec profit nombre de résultats exposés dans ce même traîté concernant la cinématique dans un espace euclidien à n dimensions, considère dans ce qui suit certains systèmes linéaires à trois paramètres générateurs par enveloppement par des mécanismes de l'espace adéquats de nouvelles classes de surfaces, profils ou bien courbes gauches utiles.

2. D'après ce que l'on sait, la méthode tangentielle, développée par D. Mangeron [2] et ensuite dans le cadre de certaines applications par d'autres chercheurs [3]—[5], prend son point de départ des systèmes linéaires à trois paramètres u, v, w

$$ux + vy + wz = 1, \tag{2}$$

qui portent à l'établissement du tableau qui suit :

équations ponctuelles	*équations tangentielles*
$ax^2 + a'y^2 + a''z^2 + a''' = 0$	$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} + \frac{1}{a'''} = 0$
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$	$a^2u^2 + b^2v^2 + c^2w^2 - 1 = 0$
$ax^2 + a'y^2 + 2bz = 0$	$\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{2w}{b} = 0$
$\frac{y^2}{p} + \frac{z^2}{q} - 2x = 0$	$pv^2 + qw^2 - 2uv = 0$

$$ax^m+by^m+cz^m+d=0 \qquad \left| \frac{u^{\frac{m}{m-1}}}{a^{\frac{1}{m-1}}}+\frac{v^{\frac{m}{m-1}}}{b^{\frac{1}{m-1}}}+\frac{w^{\frac{m}{m-1}}}{c^{\frac{1}{m-1}}}+\frac{1}{d^{\frac{1}{m-1}}}=0 \right.$$

où l'on peut évidemment permuter les colonnes des tableaux précédents (sans permuter les titres) en échangeant les variables x, y, z et u, v, w, et suggère nombre de synthèses de mécanismes de l'espace générateurs de différents profils, surfaces et courbes gauches.

Considérons maintenant, juste pour exemplifier, le système à trois paramètres linéaires a, b, c :

$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz=1. \tag{3}$$

On peut établir, parfois après de calculs assez prolixes et pas très élementaires un tableau de correspondance dont, faute de l'espace, n'est reproduite ci-dessus que la première ligne, à savoir

$$x^2+y^2+z^2=r^2 \qquad \left| \quad a^3+b^2+c^2=\frac{(r^2-1)^2}{4r^2} \right. \tag{4}$$

et on peut développer une géométrie et une cinématique d'ailleurs plus compliquées que ce que nous offre la méthode tangentielle.

Il va sans dire que l'on peut considérer d'autres systèmes linéaires à trois paramètres et utiliser les ordinateurs sans en avoir l'avantage de ceux-ci qui correspond aux cas de mécanismes plans.

Enfin, tout en incitant le lecteur de réaliser différents mécanismes de l'espace et d'en déterminer les formes géométriques et les équations ponctuelles, tangentielles et d'autres encore, mentionnons notre réalisation d'un mécanisme de l'espace qui en constitue une extension du mécanisme classique plan de Leonardo da Vinci et qui en assure le mouvement d'un plan variable constitué par deux tijes de longueur constante ayant une extremité commune située sur l'axe Oy et les autres, respectivement, sur les axes Ox et Oz, et, naturellement, l'exécution des calculs correspondants.

Reçue le 15 Novembre 1980

Académie des Sciences Économiques, Bucharest, Département de Technologie

BIBLIOGRAPHIE

1. Bottema O., Roth B., *Theoretical Kinematics*. North-Holland Publishing Company, 1979.
2. Mangeron D., *Neue Methoden zum Studium der Getriebe und Antriebe*. III. Internazionale Kong. über Getriebe und Antriebe, Miskolc, Egyetemváros (Zusammenfassungen) 1963.
3. Berman A.I., Zbl. für Math., **286**, 70 023 (1975).
4. Героним ус Л.Я., *Метод тангенциальных координат*. Тр. 5-й Всесоюзной Конф. по ТММ, М., 1969.
5. Борисенко Л., Теория машин и механизмов, *35*, 15—18 (1970).
6. Tutunaru D., Ioniţă N., Bul. Inst. polit. Iaşi, **XI(XV)**, *3—4*, s. IV, 11—14 (1969).

SISTEME LINIARE CU TREI PARAMETRI, GENERATOARE PRIN ÎNFAŞURARE PRIN INTERMEDIUL MECANISMELOR SPAŢIALE, DE NOI CLASE DE SUPRAFEŢE SAU CURBE STRÎMBE

(Rezumat)

Pornind de la sistemul liniar cu trei parametri (4) se stabileşte corespondenţa între ecuaţiile carteziene ale diferitelor suprafeţe şi ecuaţiile corespunzătoare în parametrii respectivi şi, pe baza unui paralelism între metoda tangenţială şi extensiunea propusă, ce se încadrează în tematica recentului tratat de *Cinematică teoretică* de O. B o t t e m a şi B. R o t h [1], se menţionează un mecanism spaţial pentru care s-au executat calculele corespunzătoare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tom. XXVII (XXXI), Fasc. 1—2 1981
Secția IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.C. 539.31

RAYLEIGH WAVES IN A GENERALIZED THEORY OF THERMOELASTICITY

BY

ELISABETA RUSU, CORNELIA GÎRLEA and FLORINA BUZESCU

The generalized theory of thermoelasticity was established by A. F. Green and K. Lindsay [1]. The thermoelastic Rayleigh waves, in the classical thermoelasticity, was investigated by P. Chadwick [2].

In this paper we consider Rayleigh waves, in the generalized thermoelasticity [1], [3], for a homogeneous isotropic centro-symmetric body, in the absence of body forces and heat sources.

We have the following linearized equations of thermoelasticity [3] :

$$\begin{aligned} &\mu\Delta\vec{u}+(\lambda+\mu)\,\text{grad div}\,\vec{u}-m\,\text{grad}\,(\theta+\alpha\dot{\theta})=\rho\ddot{\vec{u}},\\ &k\Delta\theta-d\dot{\theta}-h\ddot{\theta}-\theta_0 m\,\text{div}\,\dot{\vec{u}}=0. \end{aligned} \tag{1}$$

In the foregoing equations we have used the following notations [1], [3] : u — the displacement vector, θ — temperature measured from the absolute reference temperature θ_0, and λ, μ, α, m, ρ, k, d, h — the characteristic constants of the material.

We suppose the half space $z\geqslant 0$ to be occupied by material, which is free to exchange heat with the contents of the region $z<0$. Both media are everywhere at temperature θ_0. The boundary is a free surface so that

$$t_{13}=t_{23}=t_{33}=0,\quad \frac{\partial\theta}{\partial z}+H\theta=0 \quad \text{on} \quad z=0, \tag{2}$$

where t_{ij} are the stress tensor components and H is the thermal constant.

We will investigate surface waves, propagating in x-direction. We substitute the Helmholtz decomposition

$$\vec{u}=\text{grad}\,\varphi+\text{curl}\,\vec{\psi} \tag{3}$$

into the displacement temperature equation of motion. The potential vector $\vec{\psi}$ is of the form $(0, \psi, 0)$ and φ, θ,ψ depend only of x, z, t.

We get

$$\text{grad}\,[(\lambda+2\mu)\,\Delta\varphi-\rho\ddot{\varphi}-m(\theta+\alpha\dot{\theta})]+\text{curl}(\mu\Delta\psi-\rho\ddot{\psi})=0.$$

Thus, we can satisfy this equation by taking

$$(\lambda + 2\mu)\,\Delta\varphi - \rho\ddot{\varphi} - m(\theta + \alpha\dot{\theta}) = 0, \quad \mu\Delta\psi - \rho\ddot{\psi} = 0. \tag{4}$$

The components of the displacement vector u are given by

$$u_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial z}, \quad u_y = 0, \quad u_z = \frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \tag{5}$$

and the equations satisfied by φ, ψ, θ are

$$\left[c_1^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\varphi = \frac{m}{\rho}\left(1 + \alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\theta, \quad c_2^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2},$$

$$\left[k\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) - d\frac{\partial}{\partial t} - h\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\theta - \theta_0 m\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}\right)\varphi = 0, \tag{6}$$

where $c_1^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$, $c_2^2 = \mu/\rho$.

We seek solutions of the form

$$(\theta, \varphi, \psi) = (\hat{\theta}(z), \hat{\varphi}(z), \hat{\psi}(z))\, e^{i(\eta x - \omega t)}. \tag{7}$$

Substituting these expressions into equations (6) we obtain

$$\frac{d^2\hat{\varphi}}{dz^2} - \left(\eta^2 - \frac{\omega^2}{c_1^2}\right)\hat{\varphi} = \frac{m}{\rho c_1^2}(1 - i\omega\alpha)\hat{\theta}, \qquad \frac{d^2\hat{\psi}}{dz^2} - \left(\eta^2 - \frac{\omega^2}{c_2^2}\right)\hat{\psi} = 0,$$

$$\frac{d^2\hat{\theta}}{dz^2} - \left(\eta^2 - \frac{i\omega d}{k} - \frac{h\omega^2}{k}\right)\hat{\theta} = -\frac{i\omega m\theta_0}{k}\left(\frac{d^2\hat{\varphi}}{dz^2} - \eta^2\hat{\varphi}\right).$$

In addition to the conditions (2) we have the additional condition that the solution will tend to zero as $z \to \infty$. We therefore take solutions of Eqs. (6) of the form

$$\varphi = A\, e^{-z\sqrt{\eta^2 - \zeta_1^2} + i(\eta x - \omega t)} + B\, e^{-z\sqrt{\eta^2 - \zeta_2^2} + i(\eta x - \omega t)},$$

$$\theta = \frac{\rho c_1^2}{m(1 - i\omega\alpha)}\left\{A\left(\frac{\omega^2}{c_1^2} - \zeta_1^2\right)e^{-z\sqrt{\eta^2 - \zeta_1^2} + i(\eta x - \omega t)} + \right.$$

$$\left. + B\left(\frac{\omega^2}{c_1^2} - \zeta_2^2\right)e^{-z\sqrt{\eta^2 - \zeta_2^2} + i(\eta x - \omega t)}\right\},$$

$$\psi = C\, e^{-z\sqrt{\eta^2 - \zeta_3^2} + i(\eta x - \omega t)},$$

where ζ_1^2, ζ_2^2 are the roots of the equation

$$\zeta^4 - \zeta^2\left[\frac{\omega^2}{c_1^2} + \frac{i\omega d}{k} - \frac{h\omega^2}{k} + \frac{i\omega m^2\theta_0}{kc_1^2}(1 - i\omega\alpha)\right] + \frac{\omega^3}{kc_1^2}(h\omega + id) = 0, \tag{8}$$

$$\zeta_3^2 = \frac{\omega^2}{c_2^2} \tag{9}$$

and it is assumed that whenever $\sqrt{\eta^2-\zeta^2}$ occurs the root with positive real part is taken.

If we substitute from (5) into constitutive equations [1], [3]

$$t_{ij}=\lambda e_{rr}\,\delta_{ij}+2\mu e_{ij}-m(\theta+\alpha\dot{\theta})\delta_{ij}$$

we find that

$$t_{13}=\mu\left(2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial z}+\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right),\quad t_{23}=0,$$

$$t_{33}=(\lambda+2\mu)\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right)+2\mu\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial z}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)-m(\theta+\alpha\dot{\theta}),$$

so that the boundary conditions (2) reduce respectively to

$$2\mathrm{i}\,\beta_1 A+2\mathrm{i}\,\beta_2 B+C\left(2-\frac{\omega^2}{\eta^2c_2^2}\right)=0,$$

$$\left(2-\frac{\omega^2}{\eta^2c_2^2}\right)A+\left(2-\frac{\omega^2}{\eta^2c_2^2}\right)B-2\mathrm{i}\,\beta_3 C=0, \tag{10}$$

$$\left(\frac{H}{\eta}-\beta_1\right)\left(\beta_1^2-1-\frac{\omega^2}{\eta^2c_1^2}\right)A+\left(\frac{H}{\eta}-\beta_2\right)\left(\beta_2^2-1-\frac{\omega^2}{\eta^2c_1^2}\right)=0,$$

where

$$\beta_i=\sqrt{1-\frac{\zeta_i^2}{\eta^2}},\qquad (i=1,\,2,\,3). \tag{11}$$

The condition of consistency between these Eqs. (10) is

$$\left(2-\frac{\omega^2}{\eta^2c_2^2}\right)^2\left(\beta_1^2+\beta_1\beta_2+\beta_2^2-1+\frac{\omega^2}{\eta^2c_1^2}\right)-4\beta_1\beta_2\beta_3(\beta_1+\beta_2)= \tag{12}$$

$$=\frac{H}{\eta}\left(2-\frac{\omega^2}{\eta^2c_2^2}\right)^2(\beta_1+\beta_2)-4\beta_3\left(\beta_1\beta_2+1-\frac{\omega^2}{\eta^2c_1^2}\right).$$

Now, from (11) and (8) we have

$$\beta_1^2+\beta_2^2=1-\frac{v^2}{c_1^2}-\frac{\mathrm{i}v^2}{\chi c_1^2}(1+\varepsilon)-v^2\left(\frac{h}{k}+\frac{\varepsilon\alpha\omega^*}{c_1^2}\right), \tag{13}$$

$$\beta_1^2\beta_2^2=1-\frac{v^2}{c_1^2}-\frac{\mathrm{i}v^2}{\chi c_1^2}\left(1+\varepsilon-\frac{v^2}{c_1^2}\right)-\frac{v^2}{c_1^2}\left(\frac{hc_1^2}{k}+\alpha\varepsilon\omega^*-\frac{hv^2}{k}\right),$$

where

$$v=\frac{\omega}{\eta},\quad \omega^*=\frac{dc_1^2}{k},\quad \chi=\frac{\omega}{\omega^*},\quad \varepsilon=\frac{m^2\theta_0}{\rho dc_1^2} \tag{14}$$

so that

$$\beta_1\beta_2=\left\{1-\frac{v^2}{c_1^2}\left(1+\frac{hc_1^2}{k}+\alpha\varepsilon\omega^*-\frac{hv^2}{k}\right)-\frac{iv^2}{\chi c_1^2}\left(1+\varepsilon-\frac{v^2}{c_1^2}\right)\right\}^{1/2},$$

$$\beta_1+\beta_2=\left\{2-\frac{v^2}{c_1^2}\left(1+\frac{hc_1^2}{k}+\alpha\varepsilon\omega^*\right)-\frac{iv^2}{\chi c_1^2}(1+\varepsilon)+2\left[1-\frac{v^2}{c_1^2}\left(1+\frac{hc_1^2}{k}+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+\alpha\varepsilon\omega^*-\frac{hv^2}{k}\right)-\frac{iv^2}{\chi c_1^2}\left(1+\varepsilon-\frac{v^2}{c_1^2}\right)\right]^{1/2}\right\}^{1/2}. \tag{15}$$

We take ω to be the independent variable in Eqs. (6). We are to obtain an equation for v by substituting (13) and (15) into (12).

From (6) we see that $1/\mathcal{R}e\, v^{-1}$ is the phase velocity and $\mathcal{I}m\, v^{-1}$ is a measure of the attenuation in the x-direction. The thermoelastic surface wave is therefore subject to dispersion since both of these quantities depend of the frequency ω.

By means of these results the terms of Eq. (12) can each be expanded in powers of the reduced frequency. We obtain:

$$\left(2-\frac{v^2}{c_2^2}\right)^2\left\{-\frac{i(1+\varepsilon)v^2}{\chi c_1^2}+\frac{(1-i)v}{\sqrt{2\chi}c_1}\sqrt{1+\varepsilon-\frac{v^2}{c_1^2}}+1-\frac{v^2}{c_1^2}\left(\frac{hc_1^2}{k}+\alpha\omega^*\varepsilon\right)\right\}+$$

$$+4\left\{\frac{iv^2}{\chi c_1^2}(1+\varepsilon)\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c_2^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c_1^2(1+\varepsilon)}\right)}+\right.$$

$$\left.+\frac{(1-i)v}{\sqrt{2\chi}\,c_1}\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c_1^2(1+\varepsilon)}\right)\left(1+\varepsilon+\frac{v^2}{c_2^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c_2^2}\right)}+O(\chi^{1/2})\right\}=$$

$$=\frac{H}{\eta}\left\{\left(2-\frac{v^2}{c_2^2}\right)^2\left[\frac{(1-i)v}{\sqrt{\chi}c_1}\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{2}}+\sqrt{1+\frac{v^2}{c_1^2(1+\varepsilon)}}+O(\chi^{1/2})\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{4(1-i)}{\sqrt{2\chi}}\sqrt{\left(1+\varepsilon-\frac{v^2}{c_1^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c_2^2}\right)}(1+O(\chi^{1/2})\right\}.$$

This result shows that neglecting terms of order $\chi^{1/2}$ the velocity v ceases to depend upon frequency, thermal constant H and the characteristic constants of the material α, h.

We then have

$$\left(2-\frac{v^2}{c_2^2}\right)^2=4\left[\left(1-\frac{v^2}{c_2^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c_1^2(1+\varepsilon)}\right)\right]^{1/2},$$

which is, in this case, simply the classical result [2].

Received December 15, 1980

Politechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanics

REFERENCES

1. Green A.E., Lindsay K.A., J. of Elasticity, **11**, *1*, 1–7 (1972).
2. Chadwick P., *Thermoelasticity. The Dynamical Theory.* In *Progress in Solid Mechanics*, Vol. I, (Ed. Sneddon I.N. and Hill R.), Amsterdam, 1960.
3. Green A.E., *A Note on Linear Thermoelasticity.* Mathematica, **19/I**, *37*, 69–76 (1972).

UNDE RAYLEIGH ÎN O TEORIE GENERALIZATĂ A TERMOELASTICITĂŢII

(Rezumat)

Teoria generalizată a termoelasticităţii a fost stabilită de A.E. Green şi K.A. Lindsay iar în termoelasticitatea liniară clasică problema undelor Rayleigh a fost studiată de P. Chadwick.

În lucrare se consideră problema undelor Rayleigh în teoria termoelasticităţii liniare generalizate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tom. XXVII (XXXI), Fasc. 1—2 1981
Secția IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.D. 539.31

LES ÉQUATIONS DES PLAQUES MICROPOLAIRES AVEC LES CONTRAINTES SYMÉTRIQUES

PAR

I. IBĂNESCU

1. Introduction. Dans la théorie de l'élasticité micropolaire les contraintes ne sont pas symétriques. Dans les travaux de C. I. Borș [1], [2] on donne une nouvelle théorie dans laquelle le tenseur de contrainte est symétrique.

Les équations de la théorie de C.I. Borș sont les suivantes :

a) *Les équations d'équilibre*

$$t_{ji,\,j}+g_i=0, \qquad c_{ji,\,j}+m_i=0, \tag{1}$$

où t_{ij} sont les composantes du tenseur de contrainte ; c_{ij} — les microcouples ; g_i et m_i — les composantes des forces et des moments intérieures ;

$$\varepsilon_{ijk}=\begin{cases} 1, \text{ si } i,j,k \text{ est une permutation paire} \\ -1, \text{ si } i,j,k \text{ est une permutation impaire} \\ 0, \text{ si au moins deux indices sont égaux.} \end{cases} \tag{2}$$

b) *Les relations géométriques*

$$2\varepsilon_{ij}=u_{i,j}+u_{j,i}, \qquad \chi_{ij}=\varphi_{i,j}, \tag{3}$$

où u_i sont les composantes du déplacement et φ_i sont les composantes du vecteur de la microrotation.

c) *Les équations constitutives*

$$\begin{aligned} t_{ij}&=(\lambda\varepsilon_{mm}+\omega\chi_{mm})_{ij}+2\mu\varepsilon_{ij}+\pi(\chi_{ij}+\chi_{ji}), \\ c_{ij}&=(\omega\varepsilon_{mm}+\alpha\chi_{mm})_{ij}+2\pi\varepsilon_{ij}+\beta\chi_{ijn}+\lambda\chi_{ji}, \end{aligned} \tag{4}$$

où λ, ω, μ, π, α, β et γ sont des constantes qui caractérisent les propriétés élastiques du milieu.

En désignant par

$$\frac{1}{2\Delta_1}=\frac{(1+\nu_1)(1+\nu_3)}{E_1E_3}-\frac{(1+\nu_2)^2}{E_2^2} \tag{5}$$

on peut résoudre les relations (4) par rapport à ε_{ij}, χ_{ij} et on trouve

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu_1}{E_1} t_{ij} + \frac{a+\nu_2}{2E_2}(c_{ij}+c_{ji}) - \left(\frac{\nu_1}{E_1} t_{mm} + \frac{\nu_2}{E_2} c_{mm}\right)\delta_{ij},$$

(6)
$$\chi_{ij} = \frac{1+\nu_2}{E_2} t_{ij} + \frac{\mu\beta-\pi^2}{(\beta-\gamma)\Delta_1} c_{ij} - \frac{\mu\gamma-\pi^2}{(\beta-\gamma)\Delta_1} c_{ji} -$$
$$- \left(\frac{\nu_2}{E_2} t_{mm} + \frac{\nu_3}{E_3} c_{mm}\right)\delta_{ij}.$$

Dans la même théorie la densité d'énergie interne est donné par

(7)
$$d\psi = \{\lambda\varepsilon_{mm}\varepsilon_{nn} + 2\mu\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij} + 2\omega\varepsilon_{mm}\chi_{nn} +$$
$$+ 2\pi\varepsilon_{ij}(\chi_{ij}+\chi_{ji}) + \alpha\chi_{mm}\chi_{nn} + \beta\chi_{ij}\chi_{ij} + \gamma\chi_{ji}\chi_{ij}\} dv.$$

Dans le cadre de cette théorie nous avons étudié le problème de l'équilibre d'une plaque élastique.

2. **Hypothèses fondamentales.** On considère une plaque comme un domaine avec trois dimensions. Le domaine intérieur de la plaque sera désigné par (V) ; le domaine de la section médiane sera désigné par $(\mathcal{D})$ et sa frontière par (Γ). On désigne encore par : $2h$ — l'épaiseur de la plaque ; Σ — la surface latérale, $n=(n_1, n_2, n_3)$ la normale de la surface (Σ). On considère cette surface comme un cylindre avec les génératrices perpendiculaires au plan médian. On suppose que le plan médian coïncide avec le plan Ox_1x_2. Les bases de la plaque sont des plans pour lesquels les équations sont donné par $x_3=\pm h$.

On considère la flexion de la plaque sous l'action d'un système arbitraire de forces et de couples qui agissent sur les faces de la plaque. Sur l'autre partie de la frontière on donne soit les charges et les couples, soit les déplacements et les rotations. Dans ce qui suit, on désignera par $\hat{P}_i$ et $\hat{M}_i$ les charges et les couples qui agissent sur le surface de la plaque; M_n, M_{nt} et Q_n — le moment de flexion, le moment de torsion et la force de cisaillement parallèles à l'axe Ox_3 rapportés à l'unité de longueur de la section de normale n ; $R_{\rho n}(\rho=1, 2)$ la composante du couple de contraintes par rapport à l'axe x_ρ. En utilisant les notations qui nous venons d'introduire on aura sur les faces de la plaque

(8)
$$\hat{P}_i(x_1, x_2, \pm h) = \pm p(x_1, x_2)\delta_{i3},$$

(9)
$$\hat{M}_\rho(x_1, x_2, \pm h) = \frac{1}{2} q_\rho(x_1, x_2), \qquad (\rho=1, 2),$$

(10)
$$\hat{M}_3(x_1, x_2, \pm h) = 0.$$

On supposera que la plaque est mince, c'est-à-dire l'épaisseur de la plaque est petite par rapport aux autres dimensions.

Pour trouver la théorie simplifiée de la flexion des plaques on doit imposer les hypothèses suivantes :

a) Dans la section médiane il existe des microrotations seulement.

b) Les points qui se trouvent à l'instant initial sur une normale à la section médiane restent toujours sur la même normale et l'élément normal ne se déforme pas.

c) Il n'existe pas de rotations autour de l'axe Ox_3.

d) Les rotations locales ne sont pas variables en direction transversale de la plaque.

e) La composante normale t_{33} et les couples $c_{\rho 3}$ et c_{33} sont négligeables par rapport aux autres composantes.

3. La réduction du problème à un problème bi-dimensionele. On cherche une solution du type classique, c'est-à-dire

$$u_3 = w(x_1, x_2) \tag{11}$$

$$u_\rho = -x_3 w_{,\rho}\ (x_1, x_2) \qquad (\rho = 1, 2), \tag{12}$$

$$\varphi_3 = 0, \tag{13}$$

$$\varphi_\rho = \varphi_\rho(x_1, x_2). \tag{14}$$

Les déformations et les microrotations sont donné par

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = -x_3 w_{,\alpha\beta}, \tag{15}$$

$$\varepsilon_{\alpha 3} = \varepsilon_{3\alpha} = \varepsilon_{33} = 0, \tag{16}$$

$$\chi_{\alpha 3} = \chi_{3\alpha} = \chi_{33} = 0. \tag{17}$$

En utilisant les relations (6) et (17) on trouvera

$$t_{\alpha 3} = t_{3\alpha} = 0, \qquad c_{\alpha 3} = c_{3\alpha} = 0. \tag{18}$$

On peut calculer les $t_{\alpha\beta}$ et $c_{\alpha\beta}$ en utilisant les relations (4) et (15) :

$$t_{\alpha\beta} = (-\lambda x_3 \Delta w + \omega \varphi_{\rho,\rho})\delta_{\alpha\beta} - 2\mu x_3 w_{\alpha,\beta} + \pi(\varphi_{\beta,\alpha} + \varphi_{\beta,\alpha}), \tag{19}$$

$$c_{\lambda\rho} = (-\omega x_3 \Delta w + \alpha \varphi_{\mu,\mu})\ \delta_{\lambda\rho} - 2\pi x_3 w_{,\lambda\rho} + \beta \varphi_{\lambda,\rho} + \gamma \varphi_{\rho,\lambda}. \tag{20}$$

On définie les quantités

$$M_{\rho\lambda} = \int_{-h}^{h} t_{\rho\lambda} x_3 \mathrm{d}x_3, \qquad Q_\rho = \int_{-h}^{h} t_{\rho 3}\, \mathrm{d}x_3 = 0, \qquad R_{\rho\lambda} = \int_{-h}^{h} c_{\rho\lambda}\, \mathrm{d}x_3$$

et on peut les exprimer en fonction de w et φ_ρ :

$$M_{\alpha\beta} = \frac{2h^3}{3}\left(-\lambda \Delta w \delta_{\alpha\beta} - 2\mu w_{,\alpha\beta}\right), \tag{21}$$

$$R_{\rho\lambda} = 2h(\alpha \varphi_{\mu,\mu}\delta_{\lambda\rho} + \beta \varphi_{\lambda,\rho} + \gamma \varphi_{\rho,\lambda}). \tag{22}$$

Pour une section élémentaire de normale $n(n_\rho)$, les moments et les couples résultants qui agissent sur cette section sont donnés par

$$M_n = M_{\rho\lambda} n_\rho n_\lambda, \quad M_{nt} = \varepsilon_{\rho\lambda} M_{\mu\rho} n_\mu n_\rho,$$

$$Q_n = Q_\rho n_\rho, \quad R_{\rho n} = R_{\delta\rho} n_\delta, \quad \varepsilon_{\rho\lambda} = \varepsilon_{\rho\lambda 3}.$$

En remplaçant les $M_{\rho\lambda}$, $R_{\rho\lambda}$ à l'aide des relations (21) et (22) on trouve

$$M_n = \frac{2h^3}{3}(-\lambda\Delta w\delta_{\lambda\beta} - 2\mu w_{,\lambda\beta})n_\lambda n_\beta,$$

$$M_{nt} = \varepsilon_{\rho\lambda}\frac{2h^3}{3}(-\lambda\Delta w\delta_{\mu\rho} - 2\pi w_{,\mu\rho})n_\mu n_\rho, \tag{23}$$

$$R_{\rho n} = 2h(\alpha\varphi_{\mu,\mu}\delta_{\lambda\rho} + \beta\varphi_{,\lambda\rho} + \gamma\varphi_{\lambda,\rho})n_\lambda.$$

4. Les équations d'équilibre et les conditions aux limites. Pour trouver les équations d'équilibre on utilise le principe de Lagrange

$$\delta\psi = \delta A_1 + \delta A_2, \tag{24}$$

où

$$\delta A_1 = \iint_D (p\delta w + q_\rho\delta\varphi_\rho)\mathrm{d}\tau, \tag{25}_1$$

$$\delta A_2 = \int_\Gamma [-\hat{M}_n\delta w_{,n} - \hat{M}_{nt,s}\delta w + \hat{R}_{\rho n}\delta\varphi_\rho]\mathrm{d}s \tag{25}_2$$

et

$$\hat{M}_n = \int_{-h}^{h} x_3\hat{p}_\rho n_\rho \mathrm{d}x_3, \qquad \hat{Q}_n = \int_{-h}^{h}\hat{p}_3\mathrm{d}x_3,$$

$$\hat{M}_{nt} = \int_{-h}^{h} x_3 \in_{\rho\lambda}\hat{p}_\rho n_\lambda \,\mathrm{d}x_3, \qquad \hat{R}_\rho = \int_{-h}^{h}\hat{M}_\rho \,\mathrm{d}x_3, \qquad \varepsilon_{\rho\lambda} = \varepsilon_{\rho\lambda 3}.$$

La variation de l'énergie interne de la plaque est donné par

$$2\delta\psi = \iint_D \left[\frac{2h^3}{3}(\lambda\Delta w\delta\Delta w + 2\mu w_{,\alpha\beta}\delta w_{,\alpha\beta})\right]\mathrm{d}\tau +$$

$$+ h\iint_D [2\alpha\varphi_{\lambda,\lambda}\delta\varphi_{\rho,\rho} + 2\beta\varphi_{\alpha,\rho}\delta\varphi_{\alpha,\rho} + \gamma(\varphi_{\alpha,\beta}\delta\varphi_{\beta,\alpha} + \varphi_{\beta,\alpha}\delta\varphi_{\alpha,\beta})]\mathrm{d}\tau, \tag{26}$$

où Δ este l'opérateur de Laplace, $\Delta = \partial^2/\partial x_1^2 + \partial^2/\partial x_2^2$.

En utilisant le théorème de la divergence et le procédé indiqué dans [4], le principe de Lagrange prend la forme

$$\iint_D \frac{2h^3}{3}(\lambda+2\mu)\,\Delta\Delta w\delta w\ \mathrm{d}\tau + h\iint_D [-2\alpha\varphi_{\rho,\rho\lambda} -$$

$$-2\beta\Delta\varphi_\lambda - 2\gamma\varphi_{\rho,\rho\lambda}]\delta\varphi_\lambda\mathrm{d}\tau + \int_\Gamma\left[-\frac{2h^3}{3}\lambda\Delta w_{,n} - \right. \tag{27}$$

$$-\Delta w_{,\beta}n_\beta 2\mu\frac{2h^3}{3}\Big]\delta w\,ds+\int_\Gamma\frac{2h^3}{3}[\lambda\Delta w+2\mu w_{,\alpha\beta}n_\beta n_\beta]\delta w_{,n}ds+$$

$$+\int_\Gamma\frac{-4\mu h^3}{3}\frac{\partial}{\partial s}(w_{,\alpha\beta}\varepsilon_{\lambda\beta}n_\lambda n_\alpha)\,\delta w\,ds+$$

$$+h\int_\Gamma[2\alpha\varphi_{\rho,\rho}n_\lambda+2\beta\varphi_{\lambda,\beta}n_\mu+2\gamma\varphi_{\alpha,\lambda}n_\alpha]\delta\varphi_\lambda ds-$$

$$-\iint_D(p\delta w+q_\rho\delta\varphi_\rho]d\tau-\int_\Gamma[-\hat{M}_n\delta w_{,n}+R_{\rho n}\delta\varphi_\rho-M_{nt,s}\,\delta w]ds.$$

Puisque δw, $\delta w_{,n}$ et $\delta\varphi_\lambda$ sont indépendantes on trouve les équations d'équilibre

$$\frac{2h^3}{3}(\lambda+2\mu)\Delta\Delta w-p=0, \tag{28}$$

$$2h(\alpha\varphi_{\rho,\rho\lambda}+\beta\Delta\varphi_\lambda+\gamma\varphi_{\rho,\rho\lambda})+q_\lambda=0 \tag{29}$$

et les conditions aux limites

$$\frac{2h^3}{3}\Big[(\lambda+2\mu)\Delta w_{,n}+2\mu\frac{\partial}{\partial s}(w_{,\alpha\beta}\in_{\lambda\beta}n_\lambda n_\alpha)\Big]+\hat{Q}_n-\hat{M}_{nt,s}=0,$$

$$\frac{2h^3}{3}[\lambda\Delta w+2\mu w_{,\alpha\beta}n_\alpha n_\beta]+\hat{M}_n=0, \tag{30}$$

$$2h(\alpha\varphi_{\rho,\rho}n_\lambda+\beta\varphi_{\lambda,\beta}n_\beta+\gamma\varphi_{\alpha,\lambda}n_\alpha)-\hat{R}_{\lambda n}=0.$$

On observe que la déformation de la plaque est complètement déterminée à l'aide de trois fonctions de deux variables. En plus l'équation qui détermine le déplacement transversal du plan médian, $w(x_1, x_2)$, ne dépend pas des microrotations. Cette équation est de la même forme que celle de la théorie classique. On trouve les mêmes résultats en utilisant l'expression de l'énergie interne en fonction des contraintes et des microcouples, mais les calculs sont plus difficils.

Reçue le 1 Février 1981

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mécanique

BIBLIOGRAPHIE

1. Borș C.I., *Deformable Solids with Microstructure Having a Symmetric Stress Tensor.* Anal. șt. Univ.. „Al.I. Cuza" Iași, **XXVII**, (1981).
2. Borș C.I., *Corpuri cu microstructură având tensorul de tensiune simetric* (sous presse).
3. Manolachi A., *On the Bending of Elastic Plates în Asymmetrical Elasticity.* Anal. șt. Univ. „Al.I. Cuza" Iași, **XIX** (1973).

4. Timoshenko S., Woinovsky-Krieger S., *Theory of Plates and Shells*. Mc Graw Hill Book Comp., New York, 1959.

ECUAȚIILE PLĂCILOR MICROPOLARE CU TENSIUNI SIMETRICE

(Rezumat)

Se prezintă teoria plăcilor elastice plane în cadrul modelului elastic cu microstructură avînd tensorul de tensiune simetric introdus de C.I. Borș în lucrările [1], [2]. Se deduc ecuațiile de echilibru și condițiile la limită pentru o placă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tom. XXVIII (XXXII), Fasc. 1—2 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.C. 539.377

THERMAL STRESSES DUE TO PRESCRIBED FLUX OF HEAT WITHIN A FLAT ANNULAR REGION

BY

M. LAL

1. Introduction. The thermoelastic problem for a half-space when the surface is stress free and the temperature is prescribed, has been studied by Sternberg and Mac Dowell [1], Sneddon and Locket [2], Das [3], Mahalanabis [4], Lal and Chaturvedi [5]. Using the Green's function method, Sternberg and Mac Dowell studied the problem of determinig the steady-state thermal stresses and displacements in a semi-infinite medium bounded by a plane. Subsequently, Sneddon and Locket determined the steady state of thermal stress in a semi infinite medium and a thick plate through the method of double Fourier transforms. Das solved the problem for half-space when the flux is prescribed in a circular region while the temperature is given to be zero outside the region. Later Mahalanabis studied the thermoelastic problem for a half space when the temperature is prescribed over the circular portion of its surface and the remainder is assumed to radiate in accordance with Newton's law. An exact solution for the thermoelastic problem of an isotropic material occupying a half-space with stress free edges subjected to two different temperature distributions viz. (i) heat flux inside the circular region is constant whereas it is free from flux outside the region ; and (ii) the distribution of temperature is paraboloid within the circular region while outside the region it is insulated, due to Lal and Chaturvedi . It may be mentioned that in [3]...[5] Hankel transform technique have been used.

The present paper deals with the determination of mixed boundary value of thermoelasticity for semi-infinite elastic medium when the constant flux of heat prescribed within flat annular region with stress free edges. In our problem the triple integral equations are formed which are reduced to the solution of an infinite system of simultaneous linear algebric equations by adopting the method of Shibuya et. al. [6]. Physical quantities like temperature, flux, displacements and streesses $\widehat{\rho\rho}+\widehat{\theta\theta}$ at $z=0$ have been calculated. Finally the variation of temperature and flux is shown at different values of the internal and external radii.

2. Formulation of the Problem. We consider the temperature and displacement field in a perfectly elastic solid, which is conducting heat, with regards to both its mechanical and thermal properties the solid will be assumed to be isotropic and homogeneous. It will be assumed that there is symmetry about z-axis and any point of the solid may be expressed in terms of cylindrical coordinates ρ, θ, ζ. For symmetrical deformations of the solid the displacement and the only non-vanishing components of stress tensor will be u, 0, w and $\widehat{\rho\rho}$, $\widehat{\theta\theta}$, $\widehat{\zeta\zeta}$, $\widehat{\rho\zeta}$ respectively.

The temperature field is given by the Laplace's equation

$$\Delta^2 T \equiv \frac{\partial^2 T}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial T}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} \equiv 0, \tag{2.1}$$

in the steady-state and in the absence of thermal sources. Stress components are obtained by using the potential of thermoelastic displacement Φ given by the equations

$$u_T = \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \quad \text{and} \quad w_T = \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}. \tag{2.2}$$

From the stress-strain relations in problem of thermal stresses and the equations of equilibrium from [8], we have

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \Phi}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2} = \beta T; \quad \beta = \frac{1+\eta}{1-\eta}\alpha, \tag{2.3}$$

where α is the coefficient of linear thermal expansion and η is the Poisson's constant.

A particular integral of the Eq. (2.3) is given by

$$\Phi = \frac{\beta}{2}\int_0^\infty \xi^{-2} A(\xi)\,(1+\xi\zeta)\,e^{-\xi\zeta} J_0(\xi\rho)\,d\xi, \tag{2.4}$$

where $A(\xi)$ is a function of ξ only.

From the relations (2.3) and (2.4), we obtain

$$T = \int_0^\infty A(\xi)\,e^{-\xi\zeta}\,J_0(\xi\rho)\,d\xi, \tag{2.5}$$

which satisfies the equation (2.1).

The components of displacement and stress can now be written as

$$u_T = -\frac{\beta}{2}\int_0^\infty \xi^{-1} A(\xi)\,(1+\xi\zeta)\,e^{-\xi\zeta} J_1(\xi\rho)\,d\xi, \tag{2.6}$$

$$w_T = -\frac{\beta}{2}\zeta\int_0^\infty A(\xi)\,e^{-\xi\zeta} J_0(\xi\rho)\,d\xi, \tag{2.7}$$

$$\widehat{\rho\zeta}_T = 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho \partial \zeta} = \mu\beta\zeta \int_0^\infty \xi^{-1} A(\xi) e^{-\xi\zeta} J_1(\xi\rho) d\xi, \tag{2.8}$$

$$\widehat{\zeta\zeta}_T = -2\mu \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) = \mu\beta \int_0^\infty A(\xi) (1+\xi\zeta) e^{-\xi\zeta} J_0(\xi\rho) d\xi, \tag{2.9}$$

$$\widehat{\rho\rho}_T = -2\mu \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) = \mu\beta \left\{ \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \xi^{-1} A(\xi) (1+ \right.$$

$$\left. + \xi\zeta) e^{-\xi\zeta} J_1(\xi\rho) d\xi + \int_0^\infty A(\xi) (1 - \xi\zeta) e^{-\xi\zeta} J_0(\xi\rho) d\xi \right\}, \tag{2.10}$$

$$\widehat{\theta\theta}_T = -2\mu \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} \right) = \mu\beta \left\{ 2 \int_0^\infty A(\xi) e^{-\xi\zeta} J_0(\xi\rho) d\xi - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \xi^{-1} A(\xi) (1+\xi\zeta) e^{-\xi\zeta} J_1(\xi\rho) d\xi \right\}. \tag{2.11}$$

The subscript $_T$ denotes the stresses and displacements are due to the thermal expansion only, μ being the modulus of elasticity in shear.

We observe that the shearing stress $\widehat{\rho\zeta}_T$ vanishes at $z=0$, while the normal stress $\widehat{\zeta\zeta}_T$ does not vanish. To satisfy the boundary conditions on the plane $z=0$, we superimpose an elementary stress system. The components of stresses and displacement are expressed by means of Love's function Ψ by relation

$$u_C = -\frac{1}{1-2\eta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \rho \partial \zeta},$$

$$w_C = \frac{1}{1-2\eta} \left[2(1-\eta)\nabla^2 \Psi - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \zeta^2} \right]; \tag{2.12}$$

$$\widehat{\rho\rho}_C = \frac{2\mu}{1-2\eta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\eta \nabla^2 \Psi - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \rho^2} \right],$$

$$\widehat{\theta\theta}_C = \frac{2\mu}{1-2\eta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\eta \nabla^2 \Psi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} \right],$$

$$\widehat{\rho\zeta}_C = \frac{2\mu}{1-2\eta} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[(1-\eta) \nabla^2 \Psi - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \zeta^2} \right], \tag{2.13}$$

$$\widehat{\zeta\zeta}_C = \frac{2\mu}{1-2\eta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[(2-2\eta) \nabla^2 \Psi - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \zeta^2} \right],$$

the function Ψ satisfying the biharmonic equation

$$\nabla^2\nabla^2\Psi=0. \tag{2.14}$$

The solution of equation (2.14) can be assumed in the form

$$\Psi=\int_0^\infty \xi^{-2}B(\xi)\,(2\eta+\xi\zeta)e^{-\xi\zeta}J_0(\xi\rho)d\xi, \tag{2.15}$$

where $B(\xi)$ is function of ξ only.

The components of complementary stresses are given by

$$\widehat{\rho\zeta}_C=\frac{2\mu\zeta}{1-2\eta}\int_0^\infty \xi^2B(\xi)\,e^{-\xi\zeta}J_1(\xi\rho)d\xi, \tag{2.16}$$

$$\widehat{\zeta\zeta}_C=\frac{2\mu}{1-2\eta}\int_0^\infty \xi B(\xi)e^{-\xi\zeta}(1+\xi\zeta)\,J_0(\xi\rho)d\xi. \tag{2.17}$$

Now the boundary conditions to be satisfied are

$$[\widehat{\rho\zeta}_T+\widehat{\rho\zeta}_C]_{\zeta=0}=0\,;\quad [\widehat{\zeta\zeta}_T+\widehat{\zeta\zeta}_C]_{\zeta=0}=0. \tag{2.18}$$

The first relation of (2.18) will be satisfied for $z=0$ and from Eqs. (2.9) and (2.17), we have

$$B(\xi)=-\tfrac{1}{2}(1-2\eta)\beta\xi^{-1}A(\xi). \tag{2.19}$$

Consequently the remaining stresses and the displacements are given by

$$u_C=-\frac{\beta}{2}\int_0^\infty \xi^{-1}A(\xi)\,(2\eta+\xi\zeta-1)e^{-\xi\zeta}J_1(\xi\rho)d\xi, \tag{2.20}$$

$$w_C=\frac{\beta}{2}\int_0^\infty \xi^{-1}\,A(\xi)\,(2-2\eta+\xi\zeta)e^{-\xi\zeta}J_0(\xi\rho)d\xi, \tag{2.21}$$

$$\widehat{\rho\rho}_C=-\mu\beta\Big[\int_0^\infty A(\xi)\,(1-\xi\zeta)e^{-\xi\zeta}J_0(\xi\rho)d\xi+ \\ +\int_0^\infty \xi^{-1}A(\xi)\,(2\eta+\xi\zeta-1)e^{-\xi\zeta}J_1(\xi\rho)d\xi\Big], \tag{2.22}$$

$$\widehat{\theta\theta}_C=-\mu\beta\Big[2\eta\int_0^\infty A(\xi)e^{-\xi\zeta}J_0(\xi\rho)d\xi- \\ -\frac{1}{\rho}\int_0^\infty \xi^{-1}A(\xi)\,(2\eta+\xi\zeta-1)\,e^{-\xi\zeta}J_1(\xi\rho)d\xi\Big]. \tag{2.23}$$

Adding (2.6), (2.20) and (2.7), (2.21), we find

$$u=-\beta\int_0^\infty \xi^{-1}A(\xi)\,(\eta+\xi\zeta)\,e^{-\xi\zeta}J_1(\xi\rho)d\xi,$$

(2.24)

$$w=\beta(1-\eta)\int_0^\infty \xi^{-1}A(\xi)e^{-\xi\zeta}J_0(\xi\rho)d\xi.$$

Also adding (2.10), (2.22) and (2.11), (2.23), we have finally

$$\widehat{\rho\rho}=\frac{2\mu\beta(1-\eta)}{\rho}\int_0^\infty \xi^{-1}A(\xi)e^{-\xi\zeta}J_1(\xi\rho)d\xi,$$

$$\widehat{\theta\theta}=2\mu\beta(1-\eta)\left[\int_0^\infty A(\xi)e^{-\xi\zeta}J_0(\xi\rho)d\xi-\frac{1}{\rho}\int_0^\infty \xi^{-1}A(\xi)e^{-\xi\zeta}J_1(\xi\rho)d\xi\right].$$

Hence we have

(2.25)

$$\widehat{\rho\rho}+\widehat{\theta\theta}=2\mu\beta(1-\eta)\int_0^\infty A(\xi)e^{-\xi\zeta}J_0(\xi\rho)d\xi.$$

3. Temperature Distribution. In this section we suppose that the constant flux of heat is prescribed within the annular region $a\leqslant\rho\leqslant b$ on the stress free surface $z=0$, and the inner and outer surfaces of region $0\leqslant\rho<a$ and $\rho>b$ are free from any temperature. The boundary conditions on the plane $z=0$ are

(3.1)

$$T=0\,;\quad 0\leqslant\rho<a \quad\text{and}\quad \rho>b,$$

(3.2)

$$\frac{\partial T}{\partial\zeta}=T_0\,;\quad a\leqslant\rho\leqslant b.$$

Now from the Eq. (2.5), we have

$$T=\int_0^\infty A(\xi)e^{-\xi\zeta}J_0(\xi\rho)d\xi,$$

therefore the boundary conditions (3.1) and (3.2) are reduced to

(3.3)

$$\int_0^\infty A(\xi)J_0(\xi\rho)d\xi=0\,;\quad 0\leqslant\rho<a \quad\text{and}\quad \rho>b,$$

(3.4)

$$\int_0^\infty \xi A(\xi)\,J_0(\xi\rho)d\xi=T_0,\quad a\leqslant\rho\leqslant b.$$

For solving the triple integral equations we adopt the method of S h i b u y a et al. [6]. Putting

$$\rho=(c^2+d^2-2cd\cos\chi)^{1/2}, \qquad c=\tfrac{1}{2}(a+b) \quad \text{and} \quad d=\tfrac{1}{2}(b-a), \tag{3.5}$$

where c and $2d$ are average radius and width of the annular region, we can change the variable ρ in $a\leqslant\rho\leqslant b$ to a new one χ in $0\leqslant\chi\leqslant\pi$, when $\rho=a$ corresponds to $\chi=0$ and $\rho=b$ to $\chi=\pi$. Using the integral formula [9]

$$\int_0^\infty \xi J_0(\xi\rho)Z_n(\xi)\,d\xi=\begin{cases} 0, & 0\leqslant\rho<a \quad \text{and} \quad \rho>b, \\ \dfrac{1}{\pi cd}\dfrac{\cos n\chi}{\sin n\chi}, & a<\rho<b, \end{cases} \tag{3.6}$$

we get

$$\int_0^\infty J_0(\xi\rho)A_n(\xi)\,d\xi=\begin{cases} 0, & 0\leqslant\rho<a \quad \text{and} \quad \rho>b, \\ \dfrac{2}{\pi cd}\sin n\chi, & a\leqslant\rho\leqslant b, \end{cases} \tag{3.7}$$

where

$$\chi=\cos^{-1}\left(\frac{c^2+d^2-\rho^2}{2cd}\right); \quad a\leqslant\rho\leqslant b,$$

$$Z_n(\xi)=J_n(\xi c)J_n(\xi d),$$

$$A_n(\xi)=\xi[Z_{n-1}(\xi)-Z_{n+1}(\xi)].$$

Putting

$$A(\xi)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n' A_n(\xi), \tag{3.8}$$

the Eq. (3.3) is automatically satisfied.

Substituting from Eq. (3.8) into the Eq. (3.4), we get

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \int_0^\infty \xi A_n(\xi)\, J_0(\xi\rho)\,d\xi=1, \quad a\leqslant\rho\leqslant b, \tag{3.9}$$

where

$$a_n=\frac{a_n'}{T_0}, \quad (n=0, 1, 2, \ldots,).$$

Hence

$$A(\xi)=T_0\sum_{n=0}^{\infty} a_n A_n(\xi). \tag{3.10}$$

In consideration of the formula

$$J_0(\xi\rho)=J_0(\xi c)\,J_0(\xi d)+2\sum_{m=1}^{\infty} J_m(\xi c)\,J_m(\xi d)\cos m\chi; \quad a\leqslant\rho\leqslant b, \tag{3.11}$$

Eq. (3.9) can be rewritten as follows:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \int_0^{\infty} \xi A_n(\xi) \left\{ J_0(\xi c)\, J_0(\xi d) + 2\sum_{m=1}^{\infty} J_m(\xi c)\, J_m(\xi d) \cos m\chi \right\} d\xi = 1 ; \quad a \leqslant \rho \leqslant b. \tag{3.12}$$

As Eq. (3.12) must hold for arbitrary value of χ, we find that the equation is reduced to the following infinite system of algebric equations for the determination of the coefficients a_n:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \int_0^{\infty} \xi Z_m(\xi) A_n(\xi) d\xi = \delta_{0m} ; \quad (m=0, 1, 2, ...), \tag{3.13}$$

where δ_{0m} is the Kronecker delta. Consequently, the present mixed boundary value problem is reduced to the solution of the simultaneous Eq. (3.13).

4. Expressions for the Physical Quantities. In the present section we obtain the physical quantities at $z=0$ for the general interest. From Eqs. (2.5) and (3.10), we find the temperature and flux

$$T = \frac{2T_0}{\pi cd} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \begin{cases} 0, & 0 \leqslant \rho < a \quad \text{and} \quad \rho > b, \\ \sin n\chi, & a \leqslant \rho \leqslant b; \end{cases} \tag{4.1}$$

$$\text{Flux} = -\frac{2T_0}{cd} \sum_{n=0}^{\infty} n a_n \left(I_0^n + \rho \frac{\partial I_0^n}{\partial \rho} \right). \tag{4.2}$$

From Eqs. (2.25), (2.24) and (3.10), the components of stresses and displacements on $z=0$, are given below:

$$\widehat{\rho\rho} + \widehat{\theta\theta} = \frac{2T_0 \mu \beta (1-\eta)}{\pi cd} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \begin{cases} 0 ; & 0 \leqslant \rho < a \text{ and } \rho > b, \\ \sin n\chi, & a \leqslant \rho \leqslant b ; \end{cases}$$

$$u = -\beta\eta T_0 \sum_{n=0}^{\infty} a_n [I_1^{n-1} - I_1^{n+1}], \tag{4.3}$$

$$w = \beta(1-\eta)\, T_0 \sum_{n=0}^{\infty} a_n [I_0^{n-1} - I_0^{n+1}], \tag{4.4}$$

where

$$I_k^n = \int_0^{\infty} J_k(\xi\rho)\, J_n(\xi c)\, J_n(\xi d) d\xi. \tag{4.5}$$

The integral I_k^n can be evaluated by using [7].

As a special case when $b=$constant and $a \to 0$, we get from Eq. (3.5)

$$c = d = \frac{b}{2} \quad \text{and} \quad \rho = b \sin \frac{\chi}{2},$$

then the thermoelastic problem is reduced into dual integral equations and the results of the problem agree with D a s [3].

5. Numerical Results. The values of a_n are shown in Table 1 in case when $b=1.0$ and 1.5. It is obvious that the values are independent of the material property of the solid. Figs. 1, 2 and 3 show the variation of temperature and flux for different values of a and b.

Table 1

Values of a_n

n	$a=0.2$ $b=1.0$	$a=0.7$ $b=1.0$	$a=1.0$ $b=1.5$
1	0.58437	0.18962	0.33982
2	0.32144	0.00507	0.19374
3	0.06127	0.00154	0.04635
4	0.01458	0.00094	0.01141
5	0.00792	0.00058	0.00536
6	0,00248	0.00032	0.00149
7	0.00131	−0.00014	−0.00075
8	0.00072	0.00009	0.00014
9	0.00039	−0.00002	−0.00008

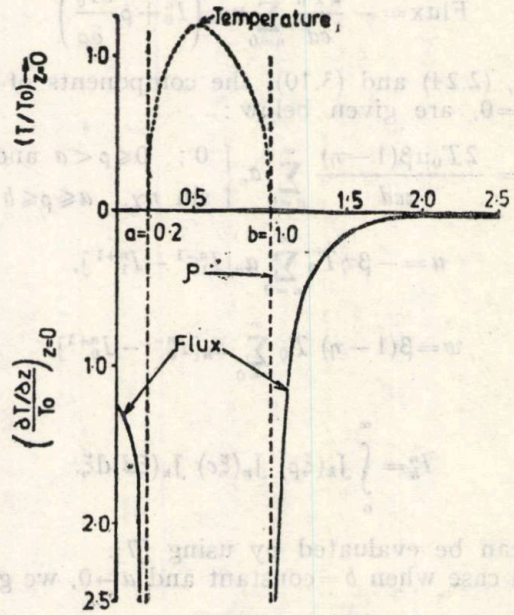


Fig. 1 — The Radial Distribution of Temperature and Flux at $z=0$ ($a=0.2$; $b=1.0$).

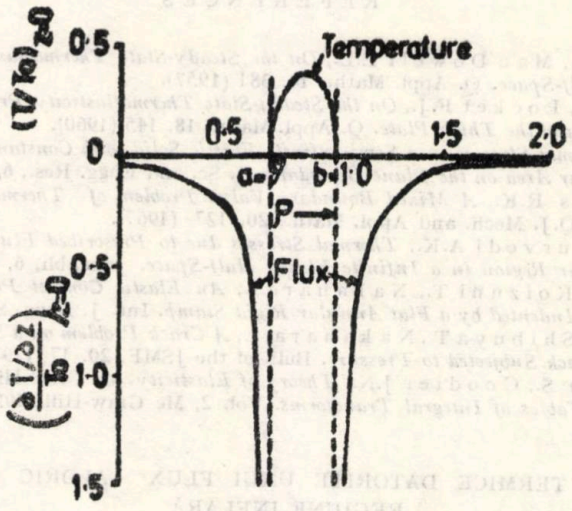


Fig. 2 — The Radial Distribution of Temperature and Flux at $z=0$ ($a=0.7$; $b=1.0$).

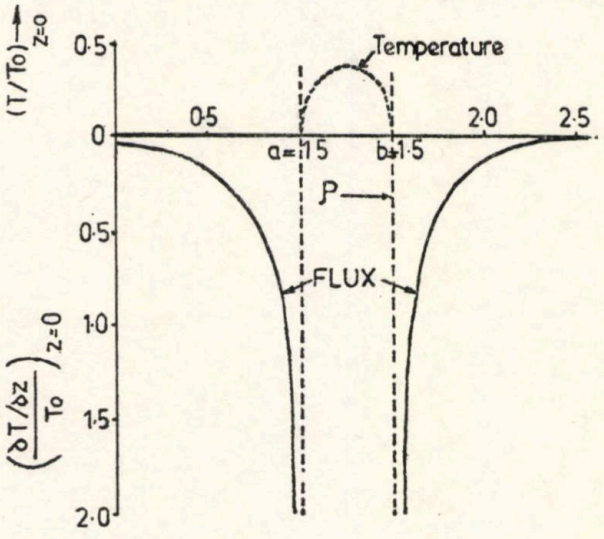


Fig. 3 — The Radial Distribution of Temperature and Flux at $z=0$ ($a=1.0$; $b=1.5$).

Received October 25, 1980

Jiwaji University,
School of Studies in Mathematics,
Gwalior, India

REFERENCES

1. Sternberg E., Mac Dowell E.L., *On the Steady-State Thermoelasticity Problem for the Half-Space.* Q. Appl. Math., **14**, 381 (1957).
2. Sneddon I.N., Locket F.J., *On the Steady-State Thermoelasticity Problem for the Half-Space and the Thick Plate.* Q. Appl. Math., **18**, 145 (1960).
3. Das B.R., *Thermal Stresses in a Semi-Infinite Elastic Solid with Constant Heat Flow over a Circular Area on the Plane Boundary.* J. Sc. and Engg. Res., **6**, 175 (1962).
4. Mahalanabis R.K., *A Mixed Boundary Value Problem of Thermoelasticity for Half Space.* Q.J. Mech. and Appl. Math., **20**, 127 (1967).
5. Lal M., Chaturvedi A.K., *Thermal Stresses due to Prescribed Flux of Heat with in a Circular Region in a Infinite Elastic Half-Space.* Jnanabh, **6**, 59 (1976).
6. Shibuya T., Koizuni T., Nakahara I., *An Elastic Contact Problem for a Half-Space Indented by a Flat Annular Rigid Stamp.* Int. J. Engg. Sc., **12**, 759 (1974).
7. Koizumi T., Shibuya T., Nakahara I., *A Crack Problem on a Slab with an Annular Crack Subjected to Pressure.* Bull. of the JSME, **20**, 17 (1977).
8. Timoshenko S., Goodier J.N., *Theory of Elasticity.* Mc Graw-Hill, 1957, p. 433.
9. Erdelyi A., *Tables of Integral Transforms.* Vol. **2**, Mc Graw-Hill, 1954.

TENSIUNI TERMICE DATORITE UNUI FLUX CALORIC PRINTR-O REGIUNE INELARĂ

(Rezumat)

Se soluționează problema termoelastică pentru un semispațiu cînd se prescrie un flux constant într-o regiune inelară. Se stabilesc expresiile care dau temperatura, fluxul, deplasările și tensiunile în semi-spațiu pentru un flux prescris în interiorul regiunii, în cazul cînd temperatura din interiorul și exteriorul regiunii este nulă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tom. XXVII (XXXI), Fasc. 1—2 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D. C. 532,5

CALCULATION OF LAMINAR BOUNDARY LAYER CHARACTERISTICS BY VON-MISES GENERALIZED METHOD

BY

MARIA BUCUR

Consider a two-dimensional steady laminar motion of an incompressible fluid in a boundary layer located near the wall $y=0$, $x\geqslant 0$. The mathematical model of this flow consists of the system

$$(1)\qquad \begin{cases} U\dfrac{\partial U}{\partial x}+V\dfrac{\partial U}{\partial y}+\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x}=\nu\dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \qquad 0=\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial y}, \\ \dfrac{\partial U}{\partial x}+\dfrac{\partial V}{\partial y}=0. \end{cases}$$

and the following boundary conditions:

$$(2)\qquad \begin{cases} U|_{y=0}=V|_{y=0}=0, \\ U|_{y=\delta(x)}=U_e(x), \qquad \dfrac{\partial U}{\partial y}\Big|_{y=\delta(x)}=0, \\ \delta(x)|_{x=0}=0, \end{cases}$$

where $(U(x, y),\ V(x, y))$, $P(x, y)$ are the velocity and the pressure of the flow respectively, the index e denotes external flow (at $y=\delta$), and ν the kinematic viscosity. The second equation (1) shows that across the boundary layer the pressure is constant (in a given cross section) therefore $P|_{y=0}=0=P_e=P_w(x)$ (where w denotes characteristics taken at $y=0$).

Supposing that outside the boundary layer ($y>\delta$) the motion is potential with the pressure P and velocity $U^*(x, y)$ given by Bernoulli equation, it follows that

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}=-U_e\frac{dU_e}{dx}, \qquad \text{where } U_e(x)=U^*|_{y=\delta}.$$

The unknowns of the problem are U, V and the dates U and ν.

Boundary value problem (1)—(2) will be put in the Săvulescu's integro-differential form.

To do this, we will make the Săvulescu-Ferrari transformation (generalized von Mises method) $(x, y) \to (\xi, \eta)$:

$$(3) \qquad \begin{cases} \xi = x, \\ \eta = \dfrac{\int_0^y U(x, y')\,dy'}{\int_\delta U(x, y')\,dy'}. \end{cases}$$

Denoting by $\psi(x, y)$ the stream f nction and letting $\psi_\delta(x) = \psi(x, y)|_{y=\delta}$ the transformation $(\xi, \eta) \to (x, y)$ can be written as

$$(4) \qquad \begin{cases} x = \xi, \\ y = \psi_\delta \int_0^\eta U^{-1} d\eta. \end{cases}$$

Then the unknowns of our problem become $U(\xi, \eta)$, $V(\xi, \eta)$ and $\psi_\delta(\xi)$ where

$$U(\xi, \eta) = U(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)), \quad V(\xi, \eta) = V(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)).$$

It is easy to see that

$$(5) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x} = \dfrac{\partial}{\partial \xi} + \dfrac{\partial}{\partial \eta}\dfrac{\partial \eta}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial}{\partial y} = \dfrac{\partial \eta}{\partial y}\dfrac{\partial}{\partial \eta} = \dfrac{U}{\psi_\delta}\dfrac{\partial}{\partial \eta}. \end{cases}$$

On the other side, from the continuity equation we have for V the expression

$$(6) \qquad V = -\int_0^y \frac{\partial U}{\partial x}\,dy' = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\int_0^y \frac{\partial \psi}{\partial y'}\,dy'\right) = -\frac{\partial}{\partial x}(\eta \psi_\delta) = \psi_\delta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \eta \frac{d\psi_\delta}{dx}.$$

Then, taking into account (5) and (6), the problem (1)—(2) can be written in the form

$$(7) \qquad \nu \frac{\partial^2 (U^2)}{\partial \eta^2} = 2\psi_\delta^2 \frac{\partial U}{\partial \xi} - 2\eta \psi_\delta \frac{\partial U}{\partial \eta}\frac{d\psi_\delta}{d\xi} - 2\psi_\delta^2 U_e \frac{dU_e}{d\xi} U^{-1}.$$

Integrating the equation (7) from 1 to η with respect to η'', we obtain

$$(8) \qquad \nu \frac{\partial (U^2)}{\partial \eta}(\eta') = 2\psi_\delta^2 \int_1^{\eta'} \frac{\partial U}{\partial \xi}\,d\eta'' - \frac{d(\psi_\delta^2)}{d\xi}\int_1^{\eta'} \eta'' \frac{\partial U}{\partial \eta''}\,d\eta'' - 2\psi_\delta^2 U_e \frac{dU_e}{d\xi}\int_1^{\eta'} U^{-1} d\eta''$$

which, through another integration from 0 to η with respect to η' gives the equation

$$(9)\quad \nu U^2 = 2\psi_\delta^2 \int_0^\eta \left(\int_1^{\eta'} \left(\frac{\partial U_e}{\partial \xi} - U_e \frac{dU_e}{d\xi} U^{-1} \right) d\eta'' \right) d\eta' - \frac{d}{d\xi}(\psi_\delta^2) \int_0^\eta \left(\int_1^{\eta'} \eta'' \frac{\partial U}{\partial \eta''} d\eta'' \right) d\eta'.$$

If in this relationship we take $\eta = 0$ we obtain an equation in which ψ_δ and $d\psi_\delta/d\xi$ appear explicitely:

$$(10)\quad \nu U_\delta^2 = 2\psi_\delta^2 \int_0^1 \left(\int_1^{\eta'} \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} - U_e \frac{dU_e}{d\xi} U^{-1} \right) d\eta'' \right) d\eta' - \frac{d}{d\xi}(\psi_\delta^2) \int_0^1 \left(\int_1^{\eta'} \eta'' \frac{\partial U}{\partial \eta''} d\eta'' \right) d\eta'$$

Thus the problem (1)—(2) has been reduced to the integro-differential system (9), (10) with the unknowns $U(\xi, \eta)$, $\psi_\delta(\xi)$.

Substracting relationship (10) multiplied by $T\left(\eta' \frac{\partial U}{\partial \eta'}\right)(\eta)$ from (9) we obtain

$$(11)\quad \begin{aligned} U^2 = U_e^2 T\left(\eta' \frac{\partial U}{\partial \eta'}\right)(\eta) + \frac{2}{\nu}\Big[\psi_\delta^2 T\left(\frac{\partial U}{\partial \xi} - U_e \frac{\partial U_e}{\partial \xi} U^{-1} \right)(\eta) - \psi_\delta^2 T\left(\eta' \frac{\partial U}{\partial \eta'}\right)(\eta) \Big] \cdot \\ \cdot T_2\left(\frac{\partial U}{\partial \xi} - U_e \frac{dU_e}{d\xi} U^{-1} \right), \end{aligned}$$

where [1] the map $T: C[0, 1] \setminus \mathrm{Ker}\, T_3 \to C^2[0, 1)$ and the functional $T_2: C[0, 1] \setminus \mathrm{Ker} T_3 \to R$ establish the correspondences

$$(Tf)(\eta) = \frac{\int_0^\eta \left(\int_1^{\eta'} f(\eta'') d\eta'' \right) d\eta'}{\int_0^1 \left(\int_1^{\eta'} f(\eta'') d\eta'' \right) d\eta'}, \qquad T_2 f = \int_0^1 \left(\int_1^{\eta'} f(\eta'') d\eta'' \right) d\eta'$$

and T_3 is the extension of T_2 to $C[0, 1]$ with the same correspondence.

We suppose that the solution (U, ψ_δ) of (9), (10), or which is the same, (10)—(11) can be determined by successive-approximation method.

Owing [1] to the property $\max_{\eta \in [0,1]} |(Tf)(\eta) - (Tl)(\eta))| \leqq 1$ which holds for the majority of functions $f(\eta) \in \mathfrak{D}(T)$ we will take as first approximation for $U_a = U/U_e$ the expression $\sqrt{\eta(2-\eta)}$. Then it remains a single unknown ψ_δ. This unknown will verify the equation (10) put into the form

$$(12)\quad \frac{d(\psi_\delta^2)}{d\xi} + 2U_e \frac{dU_e}{d\xi} A(\xi)\psi_\delta^2 - \beta(\xi) U_e \nu = 0,$$

where

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{\partial U_a}{\partial \xi} U_e + U_a \frac{dU_e}{d\xi}$$

and A, B are given by

$$A(\xi)=\frac{T_2\left(U_a^{-1}-\frac{\partial U_a}{\partial \xi}\left(\frac{dU_e}{d\xi}\right)^{-1}U_e-U_a\right)}{T_2\left(\eta\frac{\partial U_a}{\partial \eta}\right)},\qquad B(\xi)=\frac{1}{T_2\left(\eta\frac{\partial U_a}{\partial \eta}\right)}.$$

Since the first approximation of U_a depends only on η, it follows that ψ_δ^2 satisfies a linear equation with variable coefficients (due to the appearence of $U_e(\xi)$ in the expressions for A and B).

Further on we will limit ourselves only to this first approximation of U_a.

In this paper for given velocity profile $U_e(\xi)$ of the external flow, we shall determine ψ_δ from equation (12) ; since $U_a=\sqrt{\eta(2\eta)}$ we shall calculate the following characteristics of boundary layer : drag coefficient, the thickness of the boundary layer and the point of operation.

The drag coefficient has the expression

$$C_f(\xi)=\frac{2\tau_\omega(\xi)}{\rho U_{e\infty}^2},$$

where $\tau_\omega(\xi)$ denotes the drag at the boundary $\eta=0$. Since

$$\tau_\omega=\mu\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=0}=\mu\frac{U}{\psi_\delta}\frac{\partial U}{\partial \eta}\bigg|_{\eta=0}=\frac{\mu}{2\psi_\delta}\frac{\partial (U^2)}{\partial \eta}\bigg|_{\eta=0},$$

its expression will be obtained from the equation (8) in which we will take $\eta'=0$; therefore

$$\tau_\omega(\xi)=\rho\left[\frac{d}{d\xi}(\psi_\delta)\int_0^1\eta\frac{\partial U}{\partial \eta}d\eta-\psi_\delta\int_0^1\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}-\frac{U_e}{U}\frac{dU_e}{d\xi}\right)d\eta\right]$$

and

$$C_f(\xi)=\frac{2}{U_{e\infty}^2}\left[\frac{d}{d\xi}(\psi_\delta)\int_0^1\eta\frac{\partial U}{\partial \eta}d\eta-\psi_\delta\int_0^1\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}-\frac{U_e}{U}\frac{dU_e}{d\xi}\right)d\eta\right].$$

Cancellation of $C_f(\xi)$ will lead to an algebraic equation. Its positive solution will be the abscissa of the separation point. For the boundary layer thickness we have the expression

$$\delta(\xi)=\psi_\delta U_e^{-1}\int_0^1 U_a^{-1}d\eta.$$

From equation (12) it follows that

$$\psi_\delta^2=\nu B U_e^{-2A}\int_0^\xi U_e^{2A+1}d\xi',$$

where A and B are constants ; therefore it follows that

$$\psi_\delta=\left(\nu B U_e^{-2A}\int_0^\xi U_e^{2A+1}d\xi'\right)^{1/2}.$$

By means of this ψ_δ, the equation satisfied by the abscissa of the separation point has the form

$$\frac{d}{d\xi}\left[\left(\nu B U_e^{-2A}\int_0^\xi U_2^{2A+1}d\xi'\right)^{1/2}\right]\int_0^1 \eta\frac{\partial U}{\partial y}\,d\eta -$$

$$-\left(\nu B U_e^{-2A}\int_0^\xi U_2^{2A+1}d\xi'\right)^{1/2}\frac{dU_e}{d\xi}\int_0^1\left(U_a - U_e^{-1}\right)d\eta = 0.$$

From this expression we see that giving the expression of the velocity in the external flow as function of ξ and $U_{e\infty}$, and the first approximation for U_a we obtain the abscissa of the separation point.

The results obtained using the above analized method are very close to those obtained by H o w a r t h by another method.

The Table 1 will present the results obtained by this two methods for various velocity profiles of the external flow. x_{S-F} is the abscissa of separation point determined by Săvulescu's Ferarri method and x_H by Howarth method.

Table 1

Velocity profile	x_{S-F}	x_H
$(1-\xi)U_{e\infty}$	0.120	0.120
$(1-\xi)^2U_{e\infty}$	0.075	0.067
$(1-\xi)^{1/2}U_{e\infty}$	0.212	0.223
$(1-\xi)^{-2}U_{e\infty}$	0.071	0.078
$(1+\xi)^{-1}U_{e\infty}$	0.144	0.159
$U_{e\infty}$	∞	∞

Introducing the expression for ψ_δ in $\delta(\xi)$ we obtain

$$\delta(\xi) = \left(\nu B U_e^{-2A}\int_0^\xi U_e^{2A+1}d\xi'\right)^{1/2} U_e^{-1}\int_0^1 U_e^{-1}d\eta.$$

We emphasize that by Săvulescu's method, in the first approximation the expression for the boundary layer thickness admits an analytic form.

Taking for U the expressions from Table 1 we obtain for $\delta(\xi)$ the following formulae :

(a) $$U_e=(1-\xi)U_{e\infty}\,, \qquad \delta(\xi)=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\beta}{\mathcal{R}e_\xi}}\,\xi(\xi+2)^{1/2}(1-\xi)^{-1};$$

(b) $$U_e=(1-\xi)^2U_{e\infty}\,,$$

$$\delta(\xi)=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{B}{(4A+3)\mathcal{R}e_\xi}}\,\{[2(A+1)(4A+5)-3]\xi+(4A+7)\}^{1/2}(1-\xi)^{-2}\xi;$$

(c) $$U_e=(1-\xi)^{1/2}U_{e\infty},$$

$$\delta(\xi)=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{B}{(2A+1)\mathcal{R}e_\xi}}\left[\frac{A(A+1)}{2}\,\xi+\left(A+\frac{3}{2}\right)\right]^{1/2}\xi(1-\xi)^{-1/2}\,;$$

(d) $$U_e=(1+\xi)^{-2}U_{e\infty}\,,$$

$$\delta(\xi)=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{B}{4A+1}}\,\frac{1}{\sqrt{\mathcal{R}e_\xi}}\,\{[2A(4A-1)-1]\xi-(1+4A)\}^{1/2}\,\xi(1+\xi)^2;$$

(e) $$U_e=(1+\xi)^{-1}U_{e\infty}\,,$$

$$\delta(\xi)=\sqrt{\frac{B}{2A}}\,\frac{1}{\sqrt{\mathcal{R}e_\xi}}\,[A(2A+1)\xi+2A]^{1/2}\xi(1+\xi).$$

Received May 15, 1979

Institute of Fluid Mechanics and Aerospatial Constructions, Bucharest

REFERENCES

1. Georgescu A., *On a Nonlinear Integral Map in Boundary Layer Theory.* Colloquium on Mechanics, Jassy, November 1976.
2. Săvulescu Şt. N., *The Theory of Fluctuating Flow Field near Walls* Rev. Rom. Sci. Techn., Mec. Appl., *18*, 2, 263–282 (1973).

CALCULUL MĂRIMILOR CARACTERISTICE ALE STRATULUI LIMITĂ LAMINAR PRIN METODA GENERALIZATĂ A LUI VON MISES

(Rezumat)

Se consideră mişcarea laminară staţionară, bidimensională a unui fluid incompresibil. Ecuaţiile ce guvernează mişcarea sînt puse într-o formă integro-diferenţială cu ajutorul unei transformări de tip Săvulescu-Ferrari, după care sînt rezolvate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tom. XXVIII (XXXI), Fasc. 1—2 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.K. 532.5

HYDRODYNAMICK DES PRIMÄREN REFORMREAKTORS FÜR METHAN

I. ANALYSE DER VORHANDENEN DATEN

VON

ILIE SIMINICEANU und AL. POP

1. Einleitung. Der katalytische Umwandlungsvorgang des Methans mit Wasserdampf in Synthesegas stel t das Hauptglied der Vorgangkette der durch den man die höchste Verwertung des Methans leistet.

Dieser Vorgang, genannt primäre Reformierung ist durch die charakteristische Gleichung (a) und durch die stoichiometrischen unabhängigen Gleichungen definiert (b) und (c) :

$$\text{(a)} \qquad [CH_4+H_2O+A^{11}]_g+[K]_s \rightarrow [H_2+CO+CO_2+CH_4+H_2O+ +A^{11}]_g+[K]_s ,$$

$$\text{(b)} \qquad CH_4+H_2O=CO+3H_2,$$

$$\text{(c)} \qquad CO+H_2O=CO_2+H_2$$

Der Katalysator $[K]_s$ besteht aus ringförmigen Raschig-Partikeln welche metalisches Nickel enthalten impregniert auf Unterlagen aus Kalziumaluminat. Der Kontakt zwischen den beiden Phasen der Reaktionsmasse findet statt als Festbettverfahrer. Weil die Wärmeübertragung gegen die Reaktionsoberfläche die Vorganggeschwindigkeit bestimmt [1], ist der Reaktor als eine Gesamtheit von paralellen, mit Katalysator gefüllten Rohre aufgefasst :

Die Rohre sind vertikal suspendiert in einem Ofen und haben in allgemeinen eine Länge (Höhe) von 140 m und den inneren Durchmesser von 0,10m [1]. Diese spezifische Geometrie der Schicht (grosse länge, kleiner Durchmesser) hat als Folge grosse Druckverluste beim fliessender Reaktionsmasse durch den Reaktor und daher hohen Energieverbrauch für komprimieren. Die Bestimmung der Bedingungen für den kleinsten Verbrauch ist möglich nur durch Vorschung der Hydrodynamik dieses Systems auf Grund eines physikalischen Modells der vielseitigen industriellen Reaktors. Der Gebrauch der vorhandenen Daten für andere Systeme ist nicht möglich dank der grossen Zahl der Parameter die vorkommen.

Der Druckverlust durch das granulare Festbett hängt von den Eigenschaften des Fluids (Viskosität, Dichte), Eigenschaften eines Partikels(Grösse, Formfaktor, spezifische Oberfläche, Leerefraktionen, Oberflächenzustand, Natur des Materiäls) und Eigenschaften der Schicht (spezifische Oberfläche,

equivalenter Durchmesser der Lücken, Porosität der Schicht, Verhältnis zwischen dem Durchmesser der Schicht und Durchmesser der Teilchen) ab.

In der nachgeschlagenen Literatur sind die direkten experimentellen Daten des Druckverlustes durch das spezifische Festbett des Reformreaktors [2] ... [17] nicht angegeben. Im ersten Teil dieser Arbeit wird eine kritische Analyse der in der Literatur vorhandenen Gleichungen für die Berechnung der Druckveluste durch eine granuläre Schicht gemacht. In dem zweiten Teil werden die eigenen Bestimmungen dargestellt welche auf dem physikalischen Modell des industriellen Reaktors vorgenommen wurden.

Die Daten sind unter Form einer eigenen Gleichung verbunden, die gebraucht werden kann bei optimaler Projektierung von neuen Reformreaktoren.

2. Empirische Gleichungen des Druckverlustes durch das Festbett. In der Literatur gibt es mehrere empirische Gleichungen für die Berechnung der Druckverluste beim Durchdringen eines Fluids durch eine granuläre Schicht.

Diese können als partikuläre Formen der Gleichung D a r c y-W e i s b a c h [3] angenommen werden

$$-\frac{dP}{dZ}=\frac{\rho w^2}{2D}. \tag{1}$$

Auf dieser Art hat R o s e [4] durch ersetzen des Durchmessers D mit dem nominalen Durchmesser der Teilchen d der liniaren Geschwindigkeit w mit der fiktiven Geschwindigkeit w_0 folgende Gleichung bestimmt [3], [4]:

$$-\frac{dP}{dZ}=\lambda\frac{\rho w_0^2}{2d}, \tag{2}$$

wo

$$\lambda=1\,000\,\mathcal{R}e^{-1}+125\,\mathcal{R}e^{-1/2}+14 \tag{3}$$

und

$$\mathcal{R}e=\frac{\rho w_0 d}{\mu}. \tag{4}$$

Die Gleichungen (2)...(4) enthalten eine einzige Grösse, welche die Partikeln aus geometrischen Standpunkt charakterisiert (nominaler Durchmesser d); deshalb hat sie ein begrenztes Anwendungsgebiet.

B r o w n e l l [6] charakterisiert die Gleichung (1) unter folgender Form [3]:

$$-\frac{dP}{dZ}=\lambda F_\lambda\frac{\rho w_0^2}{2d}, \tag{5}$$

wo, für wirbelnder Fliessen

$$\lambda=0{,}014+1{,}056\,\mathcal{R}e^{-0{,}42} \tag{6}$$

und

$$\mathcal{R}e=\frac{\rho w_0 d_v}{\mu}F_{\mathcal{R}_e}. \tag{7}$$

Die Faktoren F_λ und $F_{\mathcal{R}_e}$ sind vom Verfasser unter Form von Diagrammen $F=f(\psi, \varepsilon)$ und $F_{\mathcal{R}_e}=f(\psi, \varepsilon)$ auf Grund experimenteller Daten angegeben. Auf diese Weise führt B r o w n e l l in die Gleichung zwei bedeutende Eigenschaften ein : Porosität der Schicht ε und Formfaktor der Teilchen ψ neben dem nominalen Durchmesser d. Mit all diesem, sind die Gleichungen (6) und (7) von begrenzter Genauigkeit dank der graphischen Bestimmung der Faktoren F_λ und $F_{\mathcal{R}_e}$. L e v a und Mitarbeiter [7] haben eigene Bestimmungen aufgeführt wobei sie Schichten von verschiedener Porozität ε verwendet haben, gebildet aus Teilchen von verschiedener Form ψ, Dimensionen d_v und Oberflächenrugosität ; sie bestimmen die Gleichung [3], [5], [7] :

$$-\frac{dP}{dZ}=\lambda\,\frac{(1-\varepsilon)^{3-n}}{\varepsilon^3\psi^{3-n}}\,\frac{\rho w_0^2}{2d_v}, \tag{8}$$

wo

$$\mathcal{R}e=\frac{\rho w_0 d_v}{\mu}. \tag{9}$$

Die Autoren verwenden das veränderte Fliesskriterium auf Grund des mittleren Volumendurchmesser d_v. Die Gleichungen (8) und (9) sind, ebenfalls, von begrenzter Präzision weil die Koefizienten λ und μ graphisch korreliert sind in Funktion von $\mathcal{R}e$, definiert durch Gleichung (9).

E r g u n [8] hat eine viel angewendete Gleichung dargestellt [3], [5], [7], [11], [12], [17] von folgender Form :

$$-\frac{dP}{dZ}=\lambda\,\frac{1-\varepsilon}{3}\,\frac{\rho w_0^2}{d_p}, \tag{10}$$

wo

$$\lambda=150\,\mathcal{R}e^{-1}+1{,}75 \tag{11}$$

und

$$\mathcal{R}e=\frac{\rho w_0 d_p}{\mu(1-\varepsilon)}. \tag{12}$$

Trotzdenm, die Gleichung von E r g u n als Form auch von nachfolgenden Versuchen bestätigt wurde, fand man dass die Konstanten aus der Gleichungs fürλ (150 und 1,75) sowohl von der Geometrie der Schicht und ρ des Materials [9], [10] als auch von $\mathcal{R}e$ [11] abhängig sind. Andere Autoren hingegen, haben die Koeffizienten der Gleichung fürλ als universale Konstanten angenommen, wobei sie auf diese Weise die Gleichung von E r g u n für die Bestimmung der spezifischen Oberfläche der granulären Schicht anwendeten [12]. Diese Meinung ist selbstverständlich riskant. Dazu noch, kann die Gleichung von E r g u n nicht angewendet werden bei Schichten mit Verhältnissen $D/d<50$ wenn sich der Einfluss der Wand stark manifestiert als auch im Falle wenn die Teilchen von der Ringform *reschig* sind. Aber eben diese beiden Begrenzungen charakterisieren den Reformreaktor.

B r a u e r [13] zeigt dass die Gleichungen (10) und (11) auch für die Teilchen von Ringform raschig angewendet werden können wenn

man $\mathcal{R}e$ auf Grund des veränderten equivalenten Durchmessers d'_p definiert

$$\mathcal{R}e = \frac{\rho w_0 d'_p}{\mu(1-\varepsilon)}, \tag{13}$$

wo

$$d'_p = d_p \frac{1-\varepsilon_i}{1+\frac{2}{3}\sqrt{\varepsilon_i}-\frac{1}{3}\varepsilon_i}. \tag{14}$$

Die Leerefraktion eines Teilchens ε_i wird in Abhängigkeit des inneren Durchmessers des Ringes d_i und des äusseren Durchmessers d_e unter Form folgender Gleichung definiert:

$$\varepsilon_i = \left(\frac{d_i}{d_e}\right)^2. \tag{15}$$

Brauer's Methode nimmt an dass die Gleichungen (10) (11) und (13)—(15) angewendet werden. Wenn $\varepsilon_i = 0$ (voller Zylinder) folgt: $d'_p = d_p$ und $\lambda_{Ergun} = \lambda_{Brauer}$. Für Ringe $(0 < \varepsilon_i < 1)$ aber folgt $d'_p < d_p$ und $\lambda_{Brauer} > \lambda_{Ergun}$. Das heisst dass die Druckverluste durch die Ringschicht $(\varepsilon_i > 0)$ grösser sind als durch eine Zylinderschicht $(\varepsilon_i = 0)$ welchens im Wiederspruch mit den experimentellen Daten ist.

Menta und Hawley [14] haben einen Faktor F_p in die Gleichung [10] eingeführt damit man auch den Einfluss der Wand in Betracht dicht für Verhältnisse $D/d < 50$. Ihre Gleichung hat die Form [3]

$$-\frac{dP}{dZ} = \lambda \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon^3} \frac{\rho w_0^2}{d_p} F_\rho. \tag{16}$$

Der Faktor F_p ist durch die Gleichung (17) definiert und λ durch die Gleichung (18):

$$F_p = 1 + \frac{2d_p}{3D(1-\varepsilon)}, \tag{17}$$

$$\lambda = 150\, F_\rho\, \mathcal{R}e^{-1} + 1{,}75. \tag{18}$$

Durch Anwenden der Gleichungen (17) und (18), schlussfolgert man dass bei der Vergrösserung des Verhältnisses d_p/D auch der Druckverlust steigt. Die experimentellen Daten, zeigen aber dass die Porosität ε mit dem Verhältnis d_p/D [7] sich vergrössert als auch in der Nähe der Wand [15]. England und Gunn [16] haben experimentell verfolgt die Abwechslung des Druckverlustes mit dem Verhältnis d_i/d_e im Interwall $d_i/d_e = 0$ (voller Zylinder) und $d_i/d_e = \infty$ (dünnwändige Ringe).

Die Verbindung zwischen der Porosität der Schicht gebildet aus vollen Zylinder ε', Porosität der Schicht aus Ringen ε und Porosität eines Zylinders ε_i ist

$$1-\varepsilon = (1-\varepsilon')(1-\varepsilon_i). \tag{19}$$

Sie haben eigene Daten unter Form der Gleichungen (20) und (21) korreliert:

$$-\frac{dP}{dZ} = \lambda \frac{\rho w_0^2}{d}, \tag{20}$$

$$\lambda=(3\,000\,\mathcal{R}e^{-2}+150\,\mathcal{R}e^{-1}+0,6)^{1/2}\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^{1,65}. \tag{21}$$

Das $\mathcal{R}e$-Kriterium haben sie in Abhängigheit mit dem nominalen Durchmesser des Zylinders definiert durch Gleichung (4).

Die Autoren haben dadurch bewiesen [16] mit Hilfe der genauen, experimentellen Daten, dass die Druckwer uste mit dem wachsen der Porosität ε kleiner werden und dass die Gleichung von C a r m a n [17] allgemeingültig angenommen, für Schichten aus leeren Zylinder sich nicht verifiziert. Zum Schluss, müssen wir die von H y m a n vorgestellten Gleichungen [18] und beziehungsweise R o s e [2] anführen, welche für die Berechnung der Druckfalles in Reformierungsreaktor angewendet werden. Diese Gleichungen stellen aber nicht eine Beziehung mit den experimentellen Daten dar, welche man erhielt in Bedingungen spezifisch dem Reformierungsreaktor sondern es sind angepasste Formen der voherig diskutierten Gleichungen.

Auf diese Weise, durch Vereinfachen der Gleichungen (10), gelangt H y m a n [18] zu folgender Form :

$$-\frac{dP}{dZ}=280,637\ \rho w_0^2\ . \tag{22}$$

Die Gleichung (22) enthält nicht eine Eigenschart der Schicht und auch nicht die Viskosität des Fluid's deshalb ist sie von einer sehr begrenzten Genauigkeit.

R o s e [2] empfehlt die Gleichung (23) die eigentlich aus der Gleichung von C a r m a n hervorgeht

$$-\frac{dP}{dZ}=10,605\,\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3}\,\frac{\rho^{0,9}w_0^{1,9}}{d^{1,1}}\ . \tag{23}$$

E n g l a n d und G u n n [16] haben aber experimentell bewiesen, dass die Gleichung von C a r m a n für den Fall der RingförmigenTeilchen inadäquat ist.

3. Komparativer Testen der vorhandenen Gleichungen. Für das Testen der vorherig dargestellten empirischen Gleichungen aus dem vorherigen Paragraph müssen die Eigenschaften des Fluides konkretisiert werden (Dichte, Viskosität, Durchfluss) und die Eigenschaften der Schicht.

Die Geometrischen Charakteristiken eines Katalysatorteilchens sowie auch die der Schicht aus dem Reformreaktor sind dargestellt in Tabelle 1. Die Porosität der Schicht ε wurde durch die Methode des Versetzen mit Wasser gemessen wobei man einen Zylinder mit einen Durchmesser gleich mit dem des Reaktors ($D=0,102$ m) verwendete.

Man fand dass ε von der Art der Anordnung der Teilchen in der Schicht abhängig ist. Der Wert für ε aus Tabelle 1 ist der Mittelwert von 12 Bestimmungen.

Die anderen Charakteristiken wurden auf Grund der direkt gemessenen Grössen bestimmt : $d_e=h=0,016$ m, $d_i=0,008$ m.

Die Eigenschaften des Fluides bei 293 K° waren $\rho=1,205$ kg/m^3, $\mu=18,09\cdot10^{-4}$ NS/m^2 und die fiktive Geschwindigkeit $w_0=0,0775...0,7755$ m/s entsprechend der Wirbelzone ($\mathcal{R}e>50$).

Tabelle 1

Geometrische Charakteristik des Teilchens und der Katalysatorschicht

Benennung der Grösse	Symbol	Definitionsgleichung	Zahlenwert
Nominaler Durchmesser	d	wird direkt gemessen	0,016 m
Mittleren Volumendurchmesser	d_v	$d_v=\left(\frac{6V_p}{n}\right)^{\frac{1}{3}}$	0,01664 m
Mittlere Oberflächendurchmesser	d_s	$d_s=\left(\frac{S_p}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$	0,0219 m
Äquivalenter Durchmesser	d_p	$d_p=\frac{6V_p}{S_p}$	0,0096 m
Formfaktor	ψ	$\psi=4,82\left(\frac{V_p}{S_p}\right)^{\frac{2}{3}}$	0,57747
Spezifische Oberfläche des Teilchens	a_p	$a_p=\frac{S_p}{V_p}$	0,620 m²/m³
Leerefraktion eines Teilchens	ε_t	$\varepsilon_t=\left(\frac{d_t}{d_e}\right)^2$	0,250
Äquivalenter Durchmesser der Lücken (hydraulisch)	d_e	$d_e=\frac{2}{3}\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}d_p$	0,096 m
Spezifische Oberfläche der Schicht	a_s	$a_s=\frac{S_p}{V_{ST}}=\frac{6(1-\varepsilon)}{d_p}$	0,25 m²/m³
Porosität der Schicht	ε	$\varepsilon=\frac{V_{ST}-V_{STS}}{V_{ST}}$	0,56332
Porosität der Schicht gebildet aus kompakten Zylindern	ε'	$1-\varepsilon'=\frac{1-\varepsilon}{1-\varepsilon_t}$	0,61063

In Tabelle 2 sind die Finitwerte $\Delta p/\Delta Z$ der Druckverluste auf die Längeneinheit der Schicht angegeben, die mit Hilfe der empirischen Gleichung (2)...(21) bestimut wurden für verschiedene Gasgeschwindigkeiten ; die Eigenschaften der Schicht sind jene aus Tabelle 1. Die Daten aus der Tabelle 2 zeigen grosse Unterschiede zwischen der Werten der Druckverluste $\Delta P/\Delta Z$

angekündigt von verschiedenen empirischen Gleichungen in ganzen Bereich der Geschwindigkeit.

Tabelle 2

Werte der Druckverluste $\Delta P/\Delta Z[N/m^2m]$ im Reformierungsreaktor, berechnet mit verschiedenen Empirischen Gleichungen, in Interval $w_0 = 0,0775 \ldots 0,7750$ m/s

Gleichung / w_0 m/s	Rose	Brownell	Leva	Ergun	Brauer	Mehta Hawley	England Gunn	Rase	Hyman
0,0775	18,048	9,666	3,739	5,831	10,094	7,140	14,775	22,482	2,033
0,1551	54,157	31,776	8,886	18,250	26,782	21,852	44,487	83,917	8,131
0,2326	106,415	64,308	18,425	37,244	50,038	44,120	88,104	181,228	18,286
0,3102	174,036	99,020	29,326	62,853	80,338	73,995	145,566	313,176	32,524
0,3878	256,673	154,624	46,396	95,059	116,390	109,207	214,753	478,656	50,831
0,4653	354,268	216,920	57,869	133,807	159,388	156,432	301,113	676,652	73,178
0,5429	466,425	281,644	68,657	179,197	209,044	209,033	399,345	304,532	99,622
0,6205	591,349	357,689	75,466	231,186	265,323	269,144	511,279	1 169,180	130,136
0,6980	754,116	441,634	80,801	283,686	328,056	336,917	636,505	1 462,164	164,675
0,7750	885,837	544,353	86,396	354,768	397,420	412,148	775,329	1 786,359	203,273

Es sind zu unterstreichen die Extremenwerte die erhalten wurden aus der Gleichungen von L e v a und R o s e als auch die unwillkürlich grösseren Werte die aus den Gleichungen von B r a u e r und bezüglich M e h t e-H a w l e y hervorgehen im Vergleich mit den Ergebnissen aus der Gleichung von E r g u n.

Diese komparative, numerische Erprobung der vorhandenen Gleichungen ist eine neue Begründung der direkt angebrachten experimentellen Bestimmungen.

4. Schlussfolgerungen. 1. Das Umwandlungsverfahren des Methans in Synthesegas verläuft mit grossem Energieverbrauch sowohl wegen der Endotermizität des chemisschen Umwandlungsverfahrens als auch die Druckverluste die beim Durchfluss der Reaktionsmasse durch die Katalysatoreschicht stattfinden.

2. Für das Minimisieren dieser Verluste ist eine genaue Berechnunggleichung nötig, gültig für die Bedingungen des industriellen Reformreaktors.

3. Man stellt einheitlich die vorhandenen empirischen Gleichungen aus der Literatur dar für die Berechnung der Druckverluste beim fliessen eines Fluides durch granuläre Schichten, wobei die Inkonsequenz einiger ausgezeichnet wird.

4. Man bestimmt die geometrischen und hydrodinamischen Eigenschaften der Schicht des industriellen Reformkatalysators und man testet vergleichend die vorhandenen Gleichungen für diese Schicht.

5. Die grosse Verbreitung des erhaltenen Werte für $\Delta P/\Delta Z$ aus den verschiedenen Gleichungen bestätigen die Notwendigen von direkten experimentellen Bestimmungen und die Unbestätigkeit der vorhandenen Gleichungen.

Bezeichnungen und Zahlen

$[\ ]_g$ — Gasförmige Phase
$[K]_s$ — Fester Katalysator
$-dP/dZ$ — Druckgradient P auf die Längeneinheit der Schicht Z
λ — Reibungsfaktor
D — Durchmesser des Durchflussquerschnittes
W — liniare Durchflussgeschwindigkeit des Fluides
ρ — Dichte des Fluides
$\mathcal{R}_e$ — Reynolds-Kriterium, definiert durch Gleichung (4)
$F_\lambda, F_{\mathcal{R}_e}$ — Faktoren, die in den Gleichungen (5) bezüglich (7) vorkommen
ε — Porosität der Schicht
η — empirischer Koeffizient în Gleichung (8)
d_v — mittlere Volumendurchmesser eines Partikels
d — nominaler Durchmesser (äusserer) eines Teilchens
d_p — equivalenter Durchmesser eines Teilchens
d_i — innerer Durchmesser eines zylindrischen Ringes
μ — Viskosität des Fluides
d'_p — equivalenter, veränderter Durchmesser, Gleichung (14)
ε_i — Leerfraktion eines Teilchens
F_p — Verbesserungsfaktor in Gleichung (16)
w_0 — fiktive Geschwindigkeit des Fluides
V_p — Volumen eines Teilchens
S_p — äussere Oberfläche eines Teilchens
V_{ST} — Totalvolumen der Schicht
V_{STS} — Volumen der Festen Teilchen aus der Schicht
a_S — Spezifischen Oberfläche der Schicht
a_p — Spezifischen Oberfläche der Teilchens
ε' — Porosität der Schicht gebildet aus kompakten Zylindern

Eingegangen an 1. Avril 1981

Technische Hochschule, Jassy

LITERATURVERZEICHNIS

1. Siminiceanu I., Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1980.
2. Rase H. F., *Chemical Reactor Design for Process Plants*. Vol. 1, John Wiley, New-York, 1977.
3. Dutkai E.P., *Coloane cu umplutură în tehnologia chimică*. Ed. tehn. Buc.
4. Rose H.E., Proc. Inst. Mech. Eng., 153, 154 (1945).
5. Bratu Em. A., *Operații și utilaje în industria chimică*. Vol. 1, Ed. tehn., Buc., 1969.
6. Brownell L.E., Katz D.L., Chem. Eng. Progr., 43, 537 (1947).
7. Leva M., *Fluidization*. Mc Graw-Hill, New-York, 1959, p. 42.
8. Ergun S., Chem. Eng. Progr., 48, 89 (1952).
9. Reiss L.P., Ind. Eng. Chem. Process. Design Develop., 6, 89 (1967).
10. Grange A. et al., Chem. Eng. Sci., 26, 339 (1970).
11. Hicks R.E., Ind. Eng. Chem. Fundam., 9, 500 (1970).
12. Гелперин И.И. и.с., Хим. пром., 2, 147 (1977).
13. Brauer H., Chem. Ing. Techn, 29, 785 (1957).
14. Mehta H., Hawley M.C.Q., Ind. Eng. Chem. Process. Design Develop., 6, 252 (1967).
15. Kondelik P. et al., Ind. Eng. Chem. Process. Design Develop., 7, 251 (1968).
16. England R., Gunn D.J., Trans. Inst. Chem., Engineers, 48, PT 267 (1970).
17. Tudose R. Z. și colab., *Procese, operații și utilaje în industria chimică*. Ed. did. și ped., Buc., 1977.
18. Hyman M.H., Hydrocarbon Processing, 47, 131 (1968).

HIDRODINAMICA REACTORULUI PRIMAR DE CONVERSIE CATALITICĂ A METANULUI (I)

(Rezumat)

Se studiază caracteristicile geometrice ale stratului catalizator al unui reactor de conversie a metanului. Se testează în aceste condiții relațiile empirice prezentate în literatură privind calculul pierderii de presiune în stratul catalizator.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tom. XXVIII (XXXII), Fasc. 1—2 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.D.532.52

PROBLÈMES DU FONCTIONNEMENT DES TURBOPOMPES EN RÉGIME DE CAVITATION

PAR
OVIDIU ALEXANDRESCU

0. Introduction. Dans le fonctionnement d'une grande installation de pompage on a constaté l'apparition de la cavitation en conditions qui, par rapport aux caractéristiques de catalogue, ne la justifie pas.

Afin d'améliorer la situation existante ont été entreprises des études dont les conclusions permettent une reconsidération de ce phénomène jusqu' au présent incomplètement élucidé.

Dans ce qui suit on propose un modèle physique du processus par-lequel on arrive à une signification plus concrète pour le coefficient de sé-

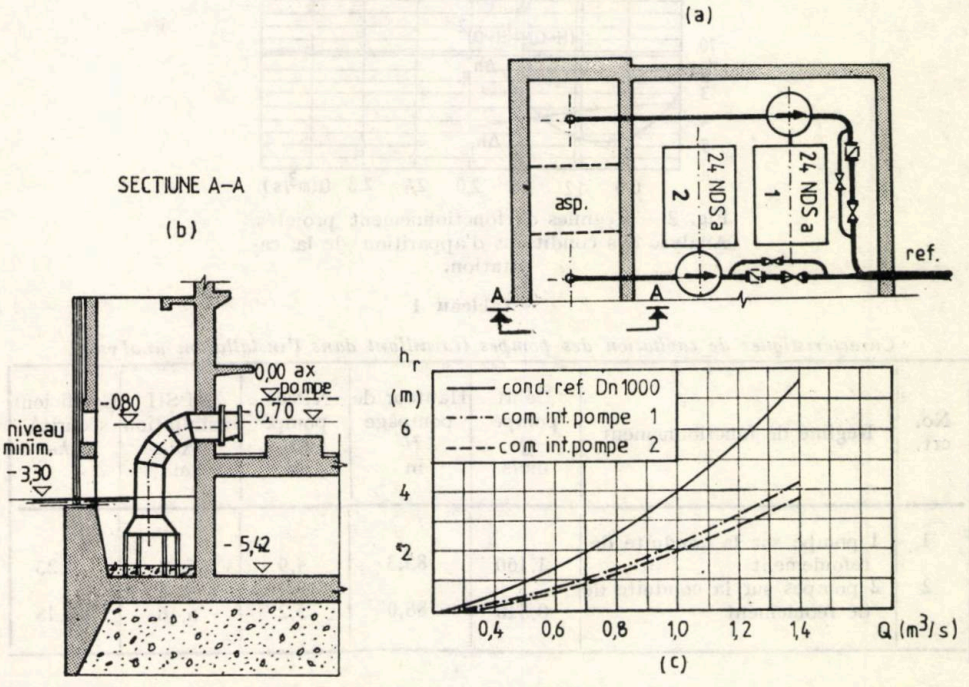


Fig. 1 — Schéma de l'installation de pompage analysée (*a*) ; détail concernant les conditions d'aspiration (*b*) ; courbes des pertes de charge sur les communications des pompes et la ligne de refoulement (*c*).

curité à la cavitation, tout en définissant une réserve de cavitation, correspondante à la pulsation turbulente de la pression absolue à l'entrée de la roue.

1. Schéma de l'installation de pompage. Données de base. L'installation de pompage concernée est munie de pompes type 24 NDS dont la turbine, ayant un diamètre de 900 mm, est agie à une vitesse de 730 tr/min, de sort que la vitesse spécifique en résulte $n_s = 85$.

La disposition générale de l'installation est présentée dans la fig. 1, ensemble les courbes des pertes de charge sur les communications des pompes et la ligne de refoulement de la station de pompage.

Correspondant aux courbes de catalogue des pompes employées et en fonction des particularités de l'installation dans laquelle elles travaillent, pour une hauteur statique de pompage $H_{st} = 79{,}0$ m et une hauteur géométrique d'aspiration $H_{ga} = 3{,}3$ m, devraient être obtenus les régimes de fonctionnement résultés de la fig. 2 (v. aussi le tableau 1).

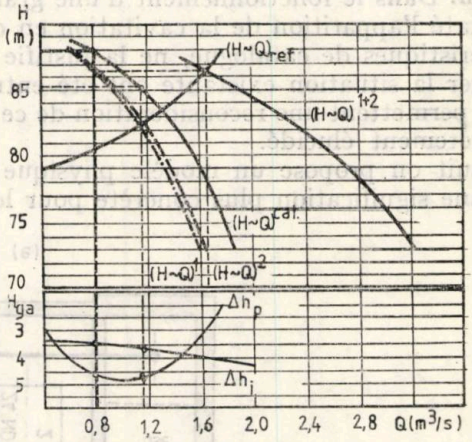


Fig. 2 — Régimes de fonctionnement projetés. Analyse des conditions d'apparition de la cavitation.

Tableau 1

Caractéristiques de cavitation des pompes travaillant dans l'installation analysée

No. crt.	Régime de fonctionnement	Débit pompé Q mc/s	Hauteur de pompage H m	NPSH pompe Δh_p m	NPSH installation Δh_i m	Coefficient sécurité k_σ
1	1 pompe sur la conduite de refoulement	1,160	85,3	4,9	6,01	1,23
2	2 pompes sur la conduite de de reoulement	0,810	88,0	5,2	6,16	1,18

Les coefficients de sécurité déterminés, correspondant aux situations : *1* — fonctionnement d'une seule pompe ; respectivement *2* — de deux

pompes sur la ligne de refoulement de l'installation, en fonction de la NPSH-catalogue : $k_\sigma^{(1)}=1,23$; $k_\sigma^{(2)}=1,18$, indiquerait l'absence de la cavitation, au plus l'existence de celle-ci dans une phase de début.

En réalité, dans le fonctionnement d'une seule pompe sur la ligne de refoulement, on constate un régime de cavitation suffisamment développé (des bruits, dcs vibrations et la baisse des caractéristiques fonctionnelles de la pompe), produisant le désamorçage de la pompe après 2...3 heures, pour que l'enclenchement du deuxième groupe conduise, par le déplacement à gauche du point de fonctionnement, au désamorçage prèsque-instantané de celui-ci.

Car la courbe de NPSH disponible est certainement tracée, en étant basée sur des mesurages directs des pertes de charge à l'aspiration, le phé-

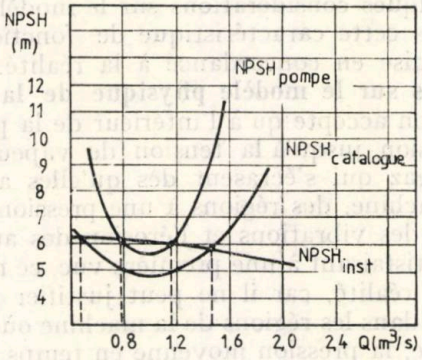


Fig. 3 — Courbe probable de la NPSH-nécessaire pour les pompes exploitées dans l'installation analysée.

Tableau 2

Valeurs du coefficient de cavitation calculés d'après divers auteurs pour la pompe 24 NDS a—730 tr/min.

No. crt.	Auteur	Formule	Valeur n_s	Valeur
1	Pfleiderer	$\sigma=2,41\,.\,10^{-4}n_s^{4/3}$		0,0899
2	I. Anton	$\sigma=2,29\,.\,10^{-4}n_s^{4/3}$		0,0854
3	Preskura	$\sigma=2,20\,.\,10^{-4}n_s^{4/3}$	84,89	0,0821
4	Stepanoff	$\sigma=2,00\,.\,10^{-4}n_s^{4/3}$		0,0746
5	D. Pavel	$\sigma=10^{-3}n_s(1,1+10^{-3}n_s)-0,02$		0,0806
6	Neumayer	$\sigma=1,4\,.\,10^{-3}n_q^{4/3}$	23,26	0,0929
	Valeur moyenne		σ_{moy} = 0,0842	

nomène ne peut pas être expliqué que par une position de la courbe NPSH-nécessaire au-dessus de celle indiquée dans le catalogue.

Dans l'appui de cette hypothèse pourraient être acceptées les observations :

1° la valeur de la NPSH-nécessaire en régime nominal, déterminée par le coefficient de cavitation σ, calculé après six auteurs (tableau 2), $\Delta h_{p0}=6{,}82$ m, est de plus 30% supérieure à celle indiquée dans le cataloque ;

2° il en existe une différence entre la courbe de NPSH-catalogue (déterminée sur des installations à circuit fermé et à l'élimination du gaz contenu) et la courbe réelle, pour laquelle on considère que la pression absolue à l'entrée de la roue p_1 égale la tension de vapeurs à la température de l'eau p_v [2].

Les particularités de l'écoulement à l'entrée de la roue, ensemble l'alure probable de la courbe de NPSH-nécessaire réelle à l'égard de celle indiquée, justifie quelques considérations sur le modèle physique de la cavitation par lesquelles cette caractéristique de fonctionnement d'une turbopompe peut être mise en concordance à la réalité.

2. Considérations sur le modèle physique de la cavitation. L'actuel modèle de la cavitation accepte qu'à l'intérieur de la pompe, à cause d'une chute locale de pression jusqu'à la tension de vapeurs, apparaissent des cavités remplies de gaz qui s'écrasent dès qu'elles atteignent, dans leur trajet à travers la machine, des régions à une pression plus élevée, en produisant des bruits, des vibrations et l'érosion des aubes.

Bien qu'il est satisfaisant à une première vue, ce modèle ne correspond pas entièrement à la réalité, car il ne peut justifier plus la présence des effets de la cavitation dans les régions de la machine où, pendant le développement du phénomène, la pression moyenne en temps reste égale ou même légèrement supérieure à la tension de vapeurs.

Sans contester l'existence d'un transport des cavités formées avec le courant pompé, afin d'expliquer l'aspect mentionné ci-dessus, on doit accepter aussi la possibilité que cettes discontinuités dans la masse de liquide apparaissent et s'écrasent dans des points de l'éspace fort avoisinés, pratiquement dans la même zone de pressions moyennes en temps.

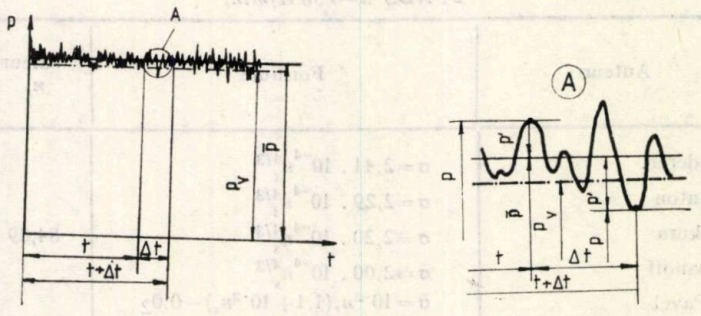


Fig. 4 — Schéma pour la mise en évidence de la pulsation turbulente de la pression.

Un modèle de la cavitation expliquant tant l'aspect présenté que la fréquence relativement élevée des implosions peut être synthétisé en consi_

derant, outre la chute de la pression absolue jusqu'à une valeur proche de la tension de vapeurs, les particularités de l'écoulement turbulent (la pulsation de la vitesse et de la pression instantanée dans chaque point de l'espace, s'intensifiant vers les régions marginalles du courant où le gradient de la vitesse est maxima).

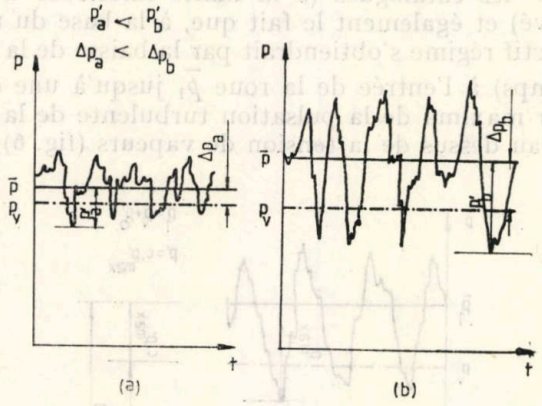


Fig. 5 — Schéma justifiant l'aparition de la cavitation : par la chute locale de pression (*a*); par l'augmentation de la turbulence de l'écoulement (*b*).

Vraiment, lorsque la pression moyenne en temps dans un point d'un courant turbulent $\bar{p}$ baisse s'approchant de la tension de vapeurs p_v, même si sa valeur reste légèrement supérieure à la dernière $\bar{p} > p_v$, il y existe des moments où la pression instantanée $p = \bar{p} + p'$ (p' — la composante pulsative de la pression) devient inférieure à la pression des vapeurs saturées, conduisant à l'apparition des cavités remplies de gaz, des discontinuités pouvant s'écraser par implosion dans le même point, l'instant suivant, quand la valeur $p = \bar{p} + p'$ dépasse celle de p_v (fig. 4).

On souligne aussi le fait que, outre les effets habituels de la cavitation, la fréquence des implosions conduit à une accentuation des caractéristiques turbulentes du courant qui favorise, à son tour, l'amplification du phénomène étudié.

Lorsque les instants où $p \leqslant p_v$ deviennent prédominants, les discontinuités-cavités occupent un volume augmenté dans l'espace, et prennent une stabilité plus grande, en temps, en provoquant une altération sensible des caractéristiques fonctionnelles ($H \sim Q$, $\eta \sim Q$) de la pompe.

Des telles situations peuvent apparaître dès que la pression moyenne en temps a une baisse accentuée, mais dans le cas de l'augmentation de la turbulence du courant, aussi.

Le modèle proposé justifie entièrement l'apparition de la cavitation dans le cas qu'analyse le § 1, où elle est produite tant par l'augmentation des pertes de charge locales à l'entrée de la roue — conséquence des chocs de vitesse causés par le fonctionnement à un débit beaucoup plus petit que le débit nominal, que par la suite d'une turbulence accrue dans la zone, due au décolage des lignes de courant.

Un raisonnement similaire explique aussi l'augmentation accentuée de la chute dynamique de pression à l'entrée de la roue pour le cas du fonctionnement des pompes à un débit supérieur à celui nominal.

3. Sur le coefficient de sécurité. Réserve de cavitation. En ayant en vue la manière dans laquelle on détermine les courbes NPSH-nécessaire présentées dans les catalogues (à la limite inférieure de l'altération du paramètre observé) et également le fait que, à la base du modèle physique proposé, le respectif régime s'obtiendrait par la baisse de la pression absolue (moyenne en temps) à l'entrée de la roue $\bar{p}_1$ jusqu'à une certaine fraction $c<1$ de la valeur maxima de la pulsation turbulente de la pression instantanée $p'_0=cp'_{max}$, au dessus de la tension de vapeurs (fig. 6), de la condition

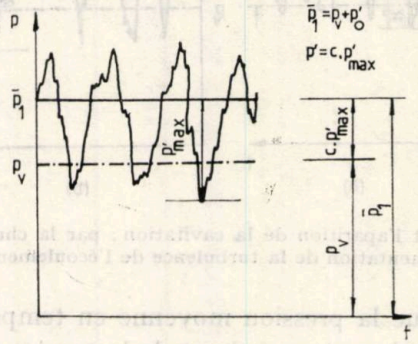


Fig. 6 — Schéma définissant la réserve de cavitation et le coefficient de sécurité.

$$\bar{p}_1=p_v+p'_0, \tag{1}$$

pour

$$\frac{\bar{p}_1}{\rho g}=\frac{p_B}{\rho g}-H_{ga}-h_{ra}-\Delta h_p \tag{2}$$

et

$$H_{ga}^{lim}=\frac{p_B}{\rho g}-\frac{p_v}{\rho g}-h_{ra}-k_\sigma \Delta h_p, \tag{3}$$

à la limite ($H_{ga}=H_{ga}^{lim}$), il en résulte

$$k_\sigma=1+\frac{cp'_{max}/\rho g}{\Delta h_p}, \tag{4}$$

où : p_B — la pression barométrique ; ρ — la densité du liquide ; g — l'accélération gravifique ; H_{ga}, H_{ga}^{lim} — la hauteur géométreque d'aspiration courante, respectivement limite ; h_{ra} — les pertes de charge sur la ligne d'aspiration ; Δh_p — la chute dynamique de pression à l'entrée de la roue (NPSH-nécessaire).

La dernière relation objective le coefficient de sécurité k_σ, en le mettant en corrélation avec la valeur de la composante pulsante (turbulente)

de la pression instantanée à l'entrée de la roue ($p'_0 = cp'_{max}$), exprimée en termes de la chute dynamique de pression dans ce point (Δh_p).

En retenant le fait que, à la limite, la NPSH réelle de la pompe est définie par la chute dynamique de pression Δh_p, ayant la valeur de la NPSH-catalogue, majorée par le coefficient de sécurité k_σ déterminé ci-dessus,

$$\text{NPSH}_{\text{pompe}} = k_\sigma \text{NPSH}_{\text{catalogue}}, \tag{5}$$

de la relation

$$\text{NPSH}_{\text{pompe}} = \text{NPSH}_{\text{catalogue}} + p'_0 \tag{6}$$

il en résulte que la hauteur géométrique limite d'aspiration H_{ga}^{lim} doit être calculée sur la base des courbes indiquées de la NPSH, par la considération d'une réserve de cavitation ΔH_c égale à l'équivalent en colonne de liquide pour la fraction de la composante pulsante avec laquelle la pression moyenne en temps peut s'approcher, à l'entrée de la roue, de la tension de vapeurs

$$H_{ga}^{lim} = \frac{p_B}{\rho g} - \frac{p_v}{\rho g} - h_{ra} - (\text{NPSH}_{\text{catalogue}} + \Delta H_c), \tag{7}$$

avec

$$\Delta H_c = \frac{p'_0}{\rho g}. \tag{8}$$

En tenant compte que les inclusions gazeuses contenues dans le liquide pompé, ainsi que celles solides transportées en suspension, constituent des points faibles, noyaux favorisant le développement de la cavitation, qui, une fois apparue, amplifie les caractéristiques turbulentes de l'écoulement, il y est rationnellement d'assurer une réserve de cavitation au niveau de la valeur maxima pour la composante pulsante de la pression ($c = 1$, $p'_0 = p'_{max}$) et cela, au moins jusqu'à l'éclaircissement des aspects de détail du problème. Par conséquent, le coefficient de sécurité à la cavitation qui devrait être considéré dans l'élaboration des projets serait

$$k_\sigma = \frac{h'_{max}}{\Delta h_p}, \tag{9}$$

avec $h'_{max} = p'_{max}/(\rho g)$.

La valeur de cette grandeur peut être déterminée par des expériments passives sur des installations de pompage susceptibles de fonctionner, à certains niveaux dans leur bief inférieur, en régime de cavitation.

Rapportées aux observations présentées dans le §1, les valeurs de $k_\sigma = 1{,}5...2{,}0$ avancées dans certaines travaux [2], apparaissent comme justifiées, particulièrement pour les pompes dont la chute dynamique de pression à l'entrée de la roue — valeur indiquée — ne dépasse pas $\Delta h_p = 5{,}0$ m et le courant transporte des inclusions gazeuses et solides.

4. Conclusions. Dans la synthèse du modèle physique de la cavitation développée à l'intérieur des machines hydrauliques devraient être prises en considération d'une manière explicite, outre la chute locale de pression,

les caractéristiques de la turbulence de l'écoulement, dans la première place — l'existence de la pulsation turbulente de celle-ci.

Un tel modèle du phénomène analysé apporte une justification plus plausible aux différences existantes entre les courbes de cavitation déterminées sur des installations à circuit fermé avec l'élimination du gaz contenu et celles réelles, correspondantes aux installations situées en conditions courantes d'exploitation ; celui-ci permet aussi d'objectiver le coefficient de sécurité à la cavitation.

Pour des buts pratiques, la hauteur géométrique d'aspiration limite H_{ga}^{lim} doit être calculée par la correction de la valeur de catalogue de la NPSH-nécessaire, d'une réserve de cavitation ΔH_c qui n'est plus que la valeur maxima de la composante pulsante de la pression absolue à l'entrée de la roue.

Si pour les pompes centrifuges, ayant une $\Delta h_p \leqslant 5$ m, on doit accepter des valeurs $k_\sigma = 1{,}5...2$, s'augmentant avec la baisse de Δh_p, dans le cas des pompes à grande vitesse spécifique, dont la Δh_p augmente sensiblement, on peut considérer des valeurs beaucoup plus petites ($k_\sigma = 1{,}05...1{,}15$ — pour les pompes axialles).

Reçue le 9 Novembre 1980

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Hydroaméliorations

BIBLIOGRAPHIE

1. Stépanoff A.J., *Pompes centrifuges et pompes hélices.* Dunod, Paris, 1961.
2. Anton V. și colab., *Hidraulică și mașini hidraulice.* Ed. did. și ped., Buc., 1978.

PROBLEME ALE FUNCȚIONĂRII TURBOPOMPELOR ÎN REGIM DE CAVITAȚIE

(Rezumat)

Se prezintă un model fizic al fenomenului de cavitație prin care, luînd în considerare caracteristicile turbulente ale scurgerii, se justifică diferențele existente între curbele indicate și cele observate ale NPSH-ului necesar, obiectivînd în același timp valoarea coeficientului de siguranță la cavitație ; rezultă, de asemenea, o valoare rațională a rezervei de cavitație ce trebuie asigurată prin proiectarea instalațiilor de pompare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tom. XXVIII (XXXII), Fasc. 1—2 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D. C. 521.39; 621.77

L'INFLUENCE DE LA FORCE CENTRIFUGE DE DÉSÉQUILIBRE ET DES COMPOSANTES DE LA FORCE DE TAILLAGE SUR LA TRAJECTOIRE DE L'AXE DES PIÈCES AVEC RIGIDITÉ RÉDUITE DANS LE PROCESSUS DE TOURNAGE ENTRE POINTES

PAR

V. BRAHA, OCTAVIAN PRUTEANU, VICTOR FLORIN POTERAŞU et DRAGOŞ PARASCHIV

1. Considérations concernant le schéma d'actionnement des forces. L'usinage entre pointes est le cas le plus souvent utilisé pour la finition des pièces par tournage. La précision de l'usinage est soumise à l'influence de plusieurs paramètres étudiés déjà dans la littérature, à savoir : rigidité du système technologique, les paramètres du régime d'usinage, les paramètre de l'outil de coupe, etc [1]...[3].

Une importante influence sur la précision d'usinage est due aux masses déséquilibrées des pièces en rotation pendant le taillage.

Le déséquilibre est provoqué tant par la pièce usinée que par les dispositifs d'entrainement de celle-ci en mouvement de rotation, ainsi que les sous-enssembles non-équilibrés de la machine outil. À cause du déséquilibre statique mais surtout de celui dynamique, la pièce usinée se trouve dans un mouvement de précession. La détermination de la trajectoire de l'axe de la pièce sous l'action des forces d'inertie de déséquilibre et des forces de taillage est mentionnée dans la littérature en considérant que ceux-ci agissent dans le centre du gravité du système en mouvement de rotation tandis que la pièce a l'axe indéformable [4], [5].

Dans la pratique, la force centrifuge de déséquilibre est arbitrairement positionée dans un plan perpendiculaire sur l'axe de la pièce situé à la distance a du son centre de gravité [6]. La force de taillage est en mouvement uniforme au long de la pièce, étant considérée dans un instant t à la distance x de la poupée fixe, l'axe de la pièce étant déformable.

La pièce en mouvement de rotation sous l'action de la force centrifuge de déséquilibre et la force de coupe a des petites oscillations transversales autour des axes passant par le centre de gravité G [6].

Le schéma des forces agissant dans cette situation sur la pièce est représenté sur la fig. 1.

2. Les coordonnées du centre de gravité des pièces avec rigidité réduite actionnées par des forces centrifuges de déséquilibre et des composantes de la force de coupe. Si on considère à la fois la déformabilité de l'axe de la pièce actionnée par la force de coupe et la force centrifuge de désequilibre

les valeurs des coordonnées du centre de gravité seront influencées par les grandeurs et les positions entre les appuis de celles-ci.

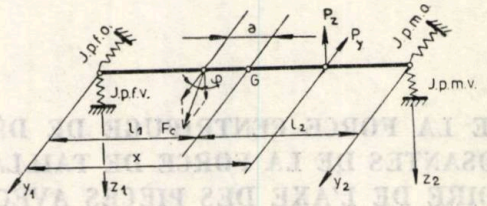


Fig. 1

En utilisant le principe de superposition des effets, on peut déterminer la déformation de l'axe de la pièce sous l'action des forces ci-dessus, placées dans le centre de gravité. Puisque l'expression de la force centrifuge $F_c = mr\omega^2$ dépend du rayon r, celui-ci sera déterminé, aussi, par la méthode de superposition des effets. Donc, le rayon r est la somme des flèches, dans les plans vértical respectivement horizontal, de la force F_c et des composantes P_y et P_z de la force de taillage.

Le schéma de calcul des coordonnées du centre de gravité est montré dans la fig. 2.

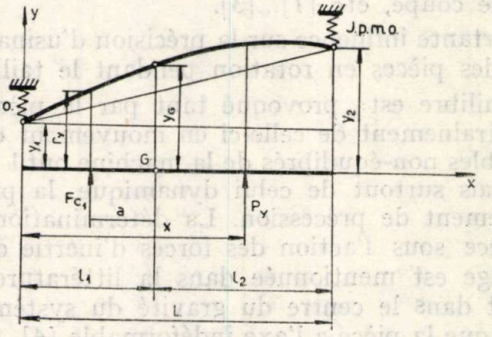


Fig. 2

En considérant le principe de la superposition des effets, les coordonnées auront les expressions suivantes :

$$y_G = y_1\frac{l_2}{L} + y_2\frac{l_1}{L} + \frac{P_y l_1(L-x)}{6EIL}[L^2-l_1^2-(L-x)^2] + \\ + F_c\frac{l_1(l_2+a)}{6EIL}[L^2-l_1^2-(l_2+a)^2]\cos\omega t,$$

(1)

$$z_G = z_1\frac{l_2}{L} + z_2\frac{l_1}{L} + \frac{P_z l_1(L-x)}{6EIL}[L^2-l_1^2-(L-x)^2] + \\ + F_c\frac{l_1(l_2+a)}{6EIL}[L^2-l_1^2-(l_2+a)^2]\sin\omega t.$$

Dans les relations ci-dessus on a introduit les notations : y_1, z_1 — les déplacements dans le plan horizontal, respectivement vertical de la pointe de la poupée fixe à cause des forces agissant pendant le processus de taillage ; y_2, z_2 — les déplacements dans le plan horizontal, respectivement vertical de la pointe de la poupée mobile sous l'action des mêmes forces ; l_1, l_2 —les distances entre la pointe de la poupée fixe, respectivement mobile et le centre de gravité de la pièce ; a — la distance entre le point d'application de la force centrifuge de déséquilibre et le centre de gravité de la pièce ; x — la position de la surface d'usinage sur la longueur de la pièce ; F_c — la force centrifuge ; L — la longuer de la pièce ; P_y, P_z — les composantes de la force de taillage, principale, respectivement radiale.

3. Trajectoires de l'axe de la pièce sous l'action de la force centrifuge et des forces de taillage. Pour la détermination de la trajectoire décrite par l'axe de la pièce, on utilise les équations de mouvement du centre de gravité et le théorème du moment cinétique [4], [5].

Les équations du mouvement du centre de gravité sont

$$\frac{G}{g}\ddot{x}_G = X_i\,; \quad \frac{G}{g}\ddot{y}_G = Y_i\,; \quad \frac{G}{g}\ddot{z}_G = Z_i, \tag{2}$$

ou G/g est la masse du corps, en daN.s²/m, $\ddot{x}_G$, $\ddot{y}_G$, $\ddot{z}_G$ — les accélérations du centre de gravité suivant les trois directions Ox, Oy, Oz ; X_i, Y_i et Z_i — la somme des projections des forces extérieures sur les trois directions Ox, Oy et Oz.

Le théorème du moment cinétique par rapport au point fix O a la forme suivante :

$$\frac{dQ_x}{dt} = \Sigma M_{ix}\,; \quad \frac{dQ_y}{dt} = \Sigma M_{iy}\,; \quad \frac{dQ_z}{dt} = \Sigma M_{iz}. \tag{3}$$

En utilisant les relations (2) et (3) on obtient un système d'équations différentielles de 2-ème ordre dont la solution est géométriquement la trajectoire de l'axe de la pièce sous l'action de la force centrifuge de déséquilibre et celle de taillage :

$$\begin{aligned}
&\frac{G}{gL}l_2\ddot{y}_1 + \frac{G}{gL}l_1\ddot{y}_2 - J_{pfo}y_1 - J_{pmo}y_2 = F_c\left(1+\frac{U}{6EIL}\right)\cos\omega t - P_y,\\
&\frac{G}{gL}l_2\ddot{z}_1 + \frac{G}{gL}l_1\ddot{z}_2 - J_{pfv}z_1 - J_{pmv}z_2 = F_c\left(1+\frac{U}{6EIL}\right)\sin\omega t - P_z,\\
&\frac{I_{x1}}{L}\dot{y}_2 - \frac{I_{x1}}{L}\dot{y}_1 - \frac{I_{y1}\ddot{z}_2}{L} + \frac{I_{y1}\ddot{z}_1}{L} - J_{pfv}l_1z_1 - J_{pmv}l_2z_2 =\\
&\qquad = F_c a\sin\omega t + P_z(x-l_1)\,,\\
&\frac{I_{x1}}{L}\dot{z}_2 - \frac{I_{x1}}{L}\dot{z}_1 + \frac{I_{z1}\ddot{y}_2}{L} + \frac{I_{z1}\ddot{y}_1}{L} - J_{pfo}l_1y_1 + J_{pmo}l_2y_2 =\\
&\qquad = F_c a\cos\omega t + P_y(x-l_1).
\end{aligned} \tag{4}$$

Dans les relations (4) on a les mêmes notations que dans les expressions (1) avec toutefois la mention que I_{x1}, I_{y1}, I_{z1} sont les moments

d'inertie par rapport aux axes principaux d'inertie ; $U=l_1(l_1+a)\,L^2-l_1^2-(l_2+a)^2$; J_{pfo}, J_{pmo}, J_{pfv}, J_{pmv} — les rigidités de la poupée fixe et mobile dans le plan horizontal, respectivement vertical.

On suppose les solutions suivantes pour le système différentiel (4):

$$y_1=A\cos\omega t+\frac{P_{y1}}{J_{pfo}}\,;\quad z_1=C\sin\omega t+\frac{P_{z1}}{J_{pfv}}\,;$$
$$y_2=B\cos\omega t+\frac{P_{y2}}{J_{pmo}}\,;\quad z_2=D\sin\omega t+\frac{P_{z2}}{J_{pmo}}\,. \tag{5}$$

La solution est composée de deux terms dont le premier est variable dans le temps et le deuxième est constant. Par la solution proposée on tient compte de la variation des déformations de l'axe de la pièce donnée par la force centrifuge variable harmoniquement dans le temps ainsi que du déplacement spatial du même axe à cause des composantes statiques de la force de taillage.

En mettant la condition que les solutions (5) vérifient le système (5) et tenant compte du fait que P_{y1}, P_{y2}, P_{z1}, P_{z2} sont les réactions des appuis de la poupée fixe respectivement mobile à cause des composantes radiale et principale de la force de taillage, on obtient le système algébrique avec quatre inconnues A, B, C, D :

$$-\left(\frac{Gl_2}{gL}\omega^2+J_{pf0}\right)A-\left(\frac{Gl_1}{gL}\omega^2+J_{pmo}\right)B=F_c\left(1+\frac{U}{6EIL}\right),$$
$$-\left(\frac{Gl_2}{gL}\omega^2+J_{pfv}\right)C-\left(\frac{Gl_1}{gL}\omega^2+J_{pmv}\right)D=F_c\left(1+\frac{U}{6EIL}\right),$$
$$-\frac{I_{x1}\omega^2}{L}A-\frac{I_{x1}\omega^2}{L}D-\left(\frac{I_{y1}\omega^2}{L}+J_{pfv}l_1\right)C+$$
$$+\left(\frac{I_{y1}\omega^2}{L}+J_{pmv}\,l_2\right)D=F_c a, \tag{6}$$
$$\left(\frac{I_{z1}\omega^2}{L}-J_{pfo}l_1\right)A+\left(\frac{I_{z1}\omega^2}{L}-J_{pmo}l_2\right)B-\frac{I_{x1}\omega^2}{L}C+\frac{I_{x1}\omega^2}{L}D=F_c a.$$

Par la résolution du système (6) on obtient les valeurs des constantes A, B, C, D, donc la solution de (4).

Pour la détermination du déplacement de l'axe de la pièce sous l'action de la force de taillage et de déséquilibre dans une séction quelconque x d'actionnement de la force de taillage, en considérant la déformée de l'axe de la pièce usinée (le schéma de la fig. 2), et sur la base du principe de superposition des effets, on obtient :

$$y=y_1+\frac{y_2-y_1}{L}\,x+\frac{P_y x^2(L-x)^2}{3EIL}+\frac{F_c x^2(l_2+a)\,(L-x)}{3EIL}\cos\omega t\,;$$
$$z=z_1+\frac{z_2-z_1}{L}\,x+\frac{P_z x^2(L-x)^2}{3EIL}+\frac{F_c x^2(l_2+a)\,(L-x)}{3EIL}\sin\omega t. \tag{7}$$

Dans les relations (7) les notations correspondent aux celles utilisées dans les expressions précédentes avec la précision que E est le module d'élasticité et I le moment d'inertie de la section de la pièce.

La résolution du système des équations différentielles de deuxième ordre et la détermination des coordonnées y et z, donc de la trajectoire décrite par l'axe de la pièce en différentes sections a été réalisée sur l'ordinateur FELIX C-256. Un exemple de variation de la trajectoire de l'axe de la pièce dans la section d'actionnement de la force de taillage pour différentes valeurs de la force centrifuge de déséquilibre est présenté sur la fig. 3.

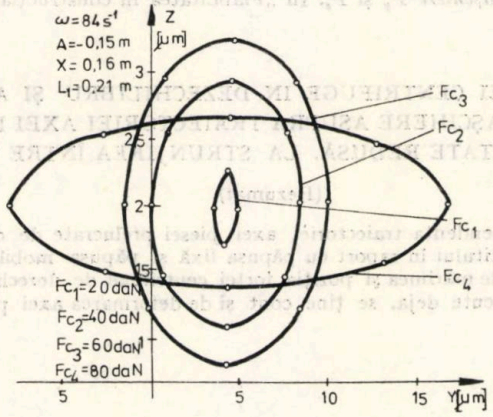


Fig. 3

On voit que par l'approchement de la surface usinée de la zone de rigidité minimum de la pièce, la forme de la trajectoire de la pièce est modifiée, en passant d'une forme elliptique ayant le grand axe dans le plan vertical à une forme elliptique avec le grand axe dans le plan horizontal. La valeur de la force centrifuge de déséquilibre amène des modifications de même nature de la position du grand axe de l'ellipse.

À cause de ces modifications apparaissent des fortes vibrations, donc une stabilité réduite du processus de coupe, chose confirmé par la pratique.

4. Conclusions. En étudiant les relations (7) on déduit que la trajectoire de l'axe de la pièce dépend des composantes de la force de taillage, de la position de l'outil par rapport à la poupée fixe et celles mobile,des rigiditées de deux sous-ensembles ainsi que de la valeur et de la position de la force centrifuge de déséquilibre.

De plus, en déhors des paramètres mentionnés ci-dessus connus dans la littérature de spécialitée, on a prise en compte l'influence sur la forme de la trajectoire de l'axe de la pièce de la déformabilitée de celle-ci sous l'action de la force centrifuge de déséquilibre et de taillage.

Reçuele le 25 Février 1981

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Technologie Mécanique
et
Chaire de Mécanique

BIBLIOGRAPHIE

1. Балакшин В.С., *Основы технологий машиностроения*. Изд. «Машиностроение», Москва, 1966.
2. Coman Gh., *Tehnologia construcţiei maşinilor unelte*. Rotaprint, Iaşi, 1978.
3. Chiriacescu T.S., *Autovibraţii la strunjirea axelor zvelte*. St. şi Cerc. Mecanică Aplicată, 29, 3 (1970).
4. Колев К. С., *Точности обработки и режимы резания*. Изд. «Машиностроение», Москва, 1968.
5. Колев К.С., Горчаков Л.М., *Точности обработки и режимы резания*. Изд. «Машиностроение», Москва, 1976.
6. Braha V., *Asupra traiectoriei axei piesei sub acţiunea forţei centrifuge în dezechilibru şi a forţelor de aşchiere P_y şi P_z*. În „Fiabilitatea în construcţia de maşini", Iaşi, 1975.

INFLUENŢA FORŢEI CENTRIFUGE IN DEZECHILIBRU ŞI A COMPONENTELOR FORŢEI DE AŞCHIERE ASUPRA TRAIECTORIEI AXEI PIESELOR CU RIGIDITATE REDUSĂ, LA STRUNJIREA ÎNTRE VÎRFURI

(Rezumat)

Se studiază dependenţa traiectoriei axei piesei prelucrate de componentele forţei de aşchiere, de poziţia cuţitului în raport cu păpuşa fixă şi păpuşa mobilă, de rigidităţile celor două subansamble şi de mărimea şi poziţia forţei centrifuge de dezechilibru. În plus faţă de aceste influenţe cunoscute deja, se ţine cont şi de deformarea axei piesei sub acţiunea celor două forţe.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tom. XXVII (XXXI), Fasc. 1—2 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D. C. 621.785

ASPECTS OF THE INFLUENCE OF CRYOGENIC THERMAL TREATMENTS ON THE REDISTRIBUTION OF ALLOYING CONSTITUENTS BETWEEN THE MATRIX AND THE CARBURIC PHASE FROM Rp3 HIGH SPEED STEELS

BY

I. ALEXANDRU, GH. AILINCĂI, C. PICOŞ, A. DIMA and V. BULANCEA

The increase of the high speed tools cutting properties by applying treatments at cryogenic temperatures cannot be explained only by the supplementary martensite contribution and by very fine carbides (with dimensions under 1 μm); are to be studyed, as well, the contribution of these treatments on the redistribution of the alloyng constituents between the matrix and the carburic phase, a research that can only be accomplished by first class investigations at the electronic microsonde.

When experimenting with the JEOL IX-5A-type electronic microsonde, we have studied the Rp3 high speed steel samples wi th $\varnothing 20 \times 20$ mm dimensions, polished and slightly corroded with 3% nital ; these samples had the following chemical composition : 0,8% C, 0,45%% Mn, 0,4% Si, 4,4% Mo, 1,4% V, 19,5% W.

We have chosen that noneconomic high wolfram steel as a study subject, on account of the fact that it is a high rating and pretentious steel at thermal treatment, a steel which will continue to be produced and used besides other high speed ones, in Romania.

To establish the influence of the thermal treatments at cryogenic temperatures on the redistribution of the alloying constituents between the matrix and the carburic phase, the test bars have been subjected to thermal processing in 6 variants according to Fig. 1.

The X-rays images by the distribution of the alloying constituents in a very large quantity between the matrix and the carburic phase after different thermal treatment variants, do not present great differences ; in order to make these images evident we have resorted to plotting the variation lines of the alloying constituents quantity on a chosen direction.

The 3-*B* sample made of Rp3 high steel thermically treated according to the *B* variant (Fig. 1), presents a heterogeneous microstructure with very large still-undissolved carbides and with small draw-back precipitated carbides distributed in matrix. The large carbides contain larges quantities of wolfram and vanadium (Fig. 2*a*, 2*b*, respectively) and small quantities of chromium (Fig. 2*c*).

The *X*-rays images given by the surface of this sample indicate a non-uniform distribution of wolfram and vanadium between the carbides and the matrix (Fig. 2*d*, 2*e*).

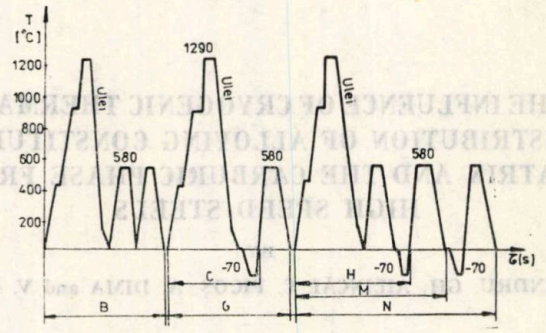


Fig. 1 — Tested variants of thermal treatments.

The Rp3 steel case-hardened in oil and directly cooled at —70°C (*C* variant) presents significant differences in what the alloying contstituents distribution is concerned, as compared with the previous case. From the study of the 3*C*-sample surface topography and of the variation lines of the principal constituents to be found in steel in the zone of the *x* horizontal line, one could say that the alloying constituents are distributed in most cases in the matrix and in the primary carbides still undissolved at heating, as a result of the absence of a draw-back. Thus, wolfram is to be found in considerable quantities in large (primary) carbides and in matrix (Fig. 3*a*), vanadium is distributed in carbides and in matrix (Fig. 3b), while chromium and iron is, as a result of this thermal treatment, preponderant in matrix and almost completely absent in carbides (Fig. 3*c*, 3*d*).

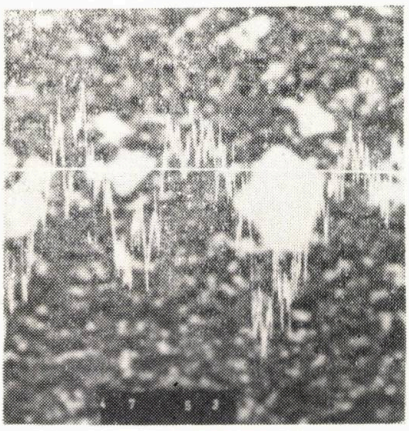
The X-rays images given by distribution of wolfram and vanadium emphasize the same aspects, namely, the wolfram and vanadium agglomerations in primary carbides (Fig. 3*e*, 3*f*).

The 580°C draw-back after the —70°C cooling, preceded by oil hardening (*G* variant) produces essential modifications in the redistribution of the alloying constituents in the Rp3 steel. In the structure, besides large still undissolved carbides, are present as well fine carbides precipitated from martensite in a great number during the draw-back.

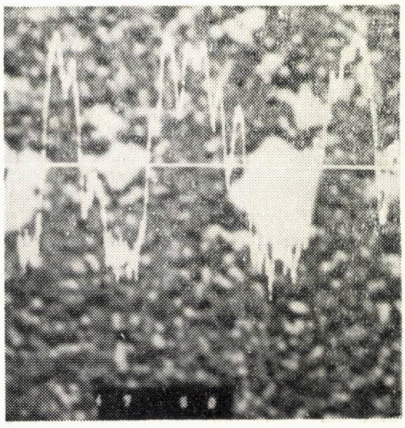
The topography of the 3*G*-sample surface and the variation lines of wolfram, vanadium and chromium make obvious these very modifications. The specified constituents are found in an increased quantity in the fine precipitated carbides (Fig. 4*a*, 4*b*, 4*c*).

The X-rays images given by the presence of wolgram and vanadium indicate the uniform distribution of these constituents in the carburic phase and in the matrix (Fig. 4*d*, 4*e*).

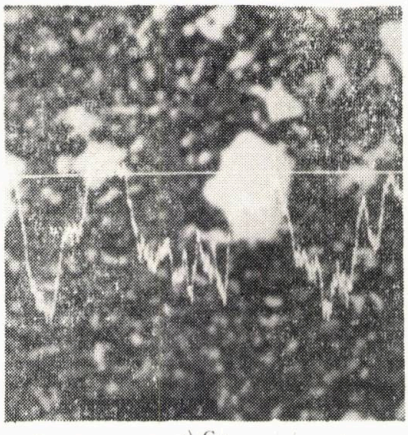
The thermal processing applied according to the *H* variant has determined a structure and a distribution of the alloying constituents specific for steel annealed only one time at 580°C, namely, large carbides (still undi-



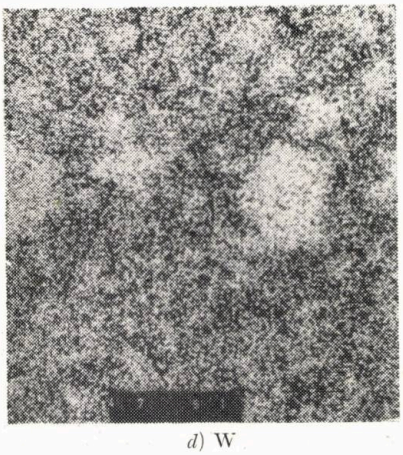
a) W



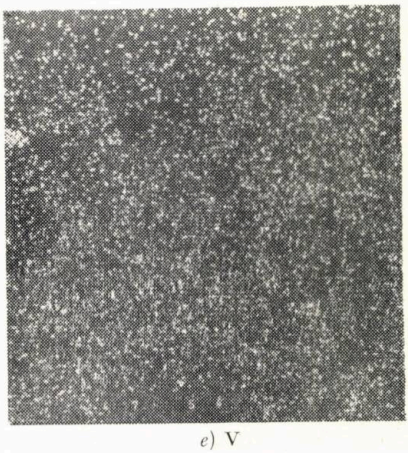
b) V



c) Cr

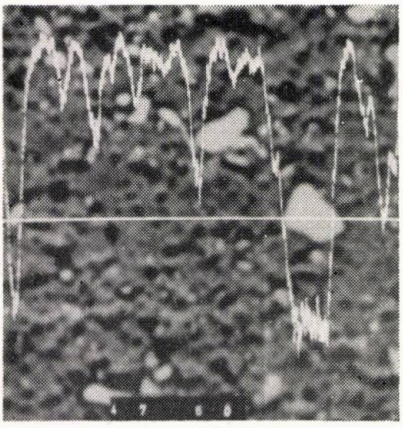


d) W

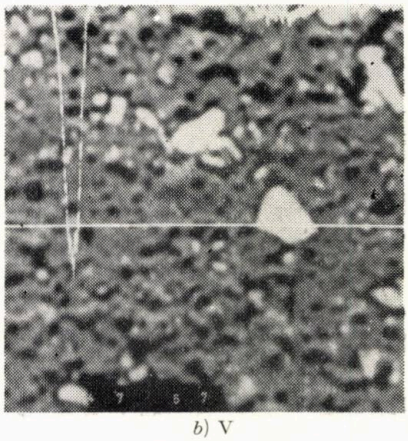


e) V

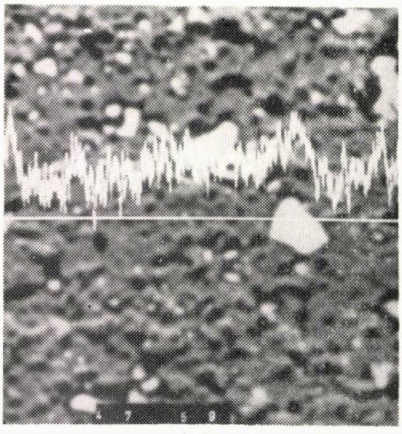
Fig. 2 — The distribution of the principal constituents in Rp3—*B* steel (1 000: 1) : *a*, *b*, *c*—topography and variation lines of W, V and Cr ; *d*, *e* — X-rays images given by W and V.



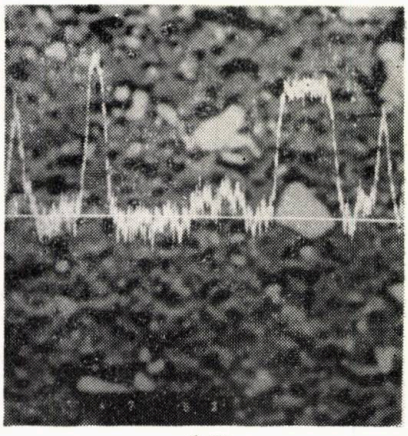
a) W



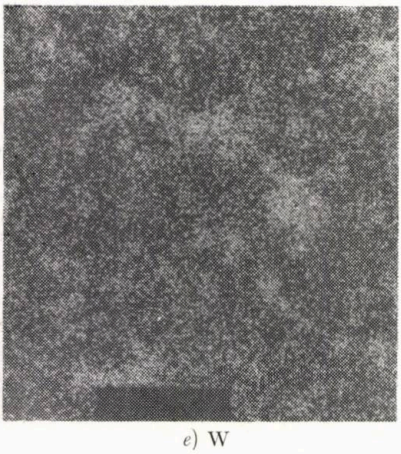
b) V



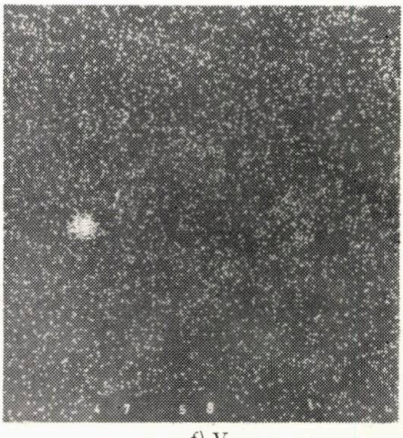
c) Cr



d) Fe

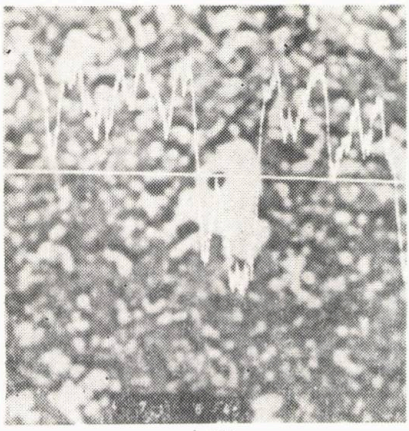


e) W

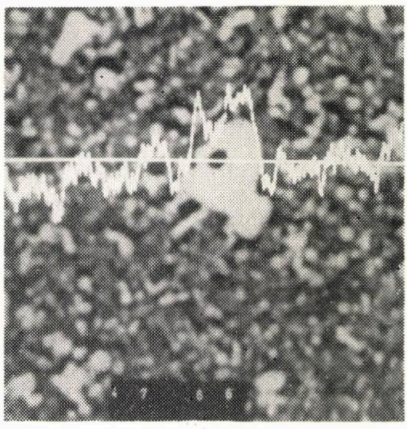


f) V

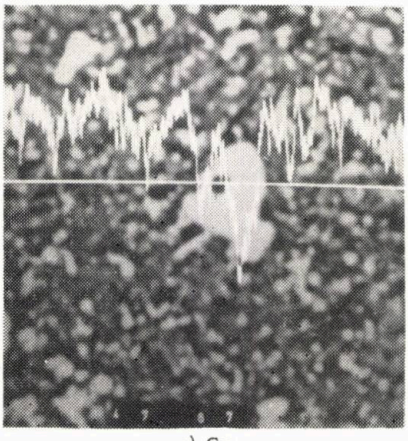
Fig. 3 — The distribution of the principal constituents in Rp 3—C steel (1 000 : 1) : *a*, *b*, *c*, *d* — topography and variation lines of W, V, Cr, Fe ; *e*, *f* — X-rays images given by W and V.



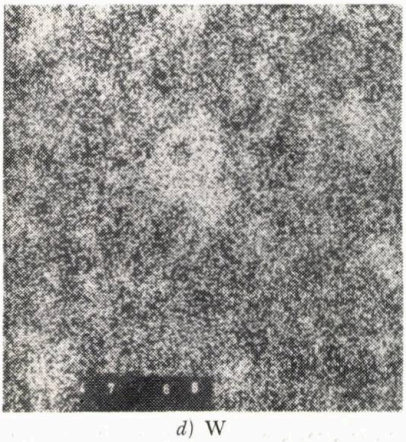
a) W



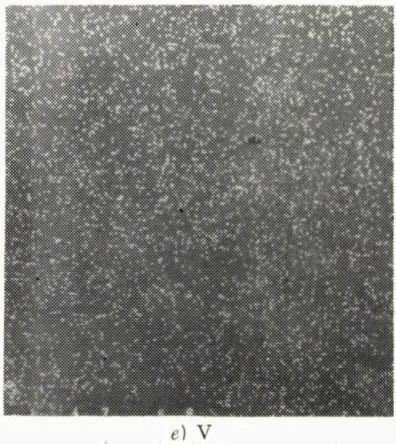
b) V



c) Cr



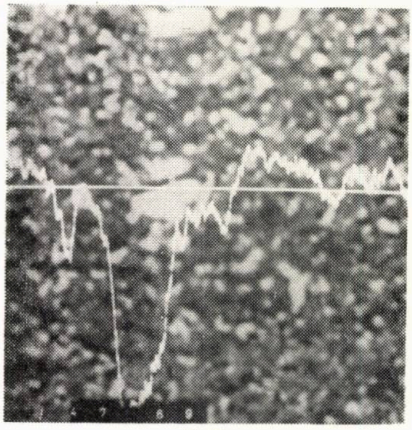
d) W



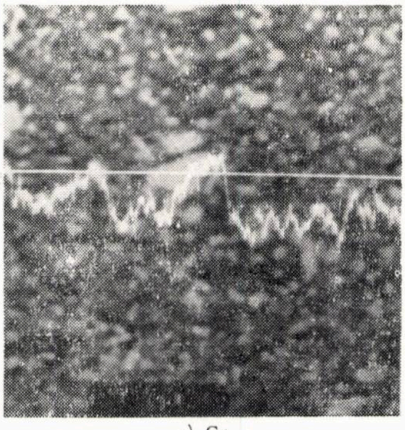
e) V

Fig. 4 — The distribution of the principal constituents in Rp 3—*G* steel (1 000 : 1) : *a*, *b*, *c* — topography and variation lines of W, V and Cr ; *d*, *e* — X-rays images given by W and V.

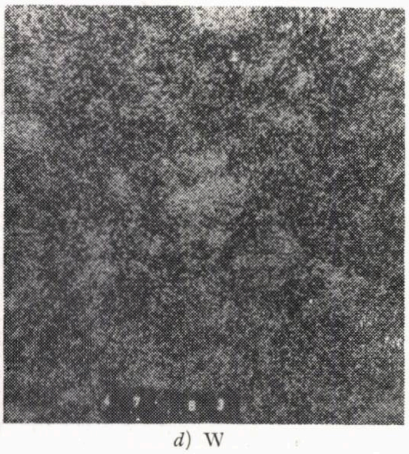
a) W



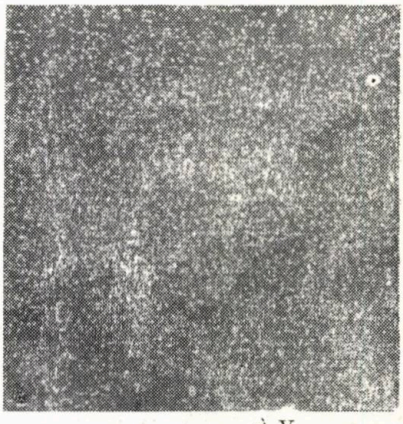
b) V



c) Cr

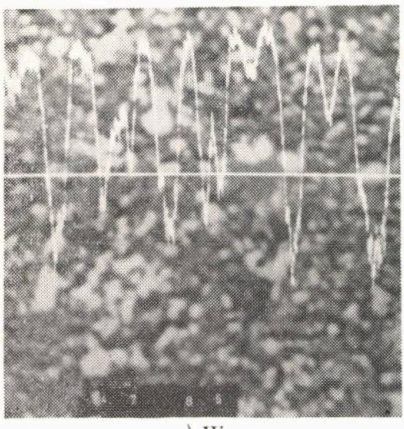


d) W

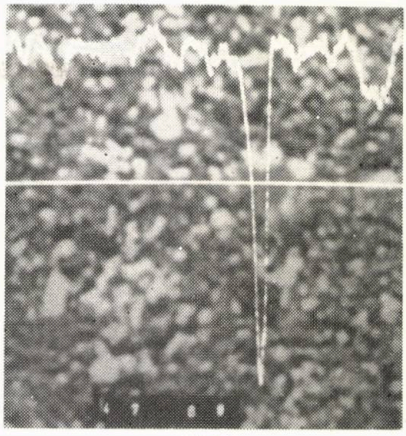


e) V

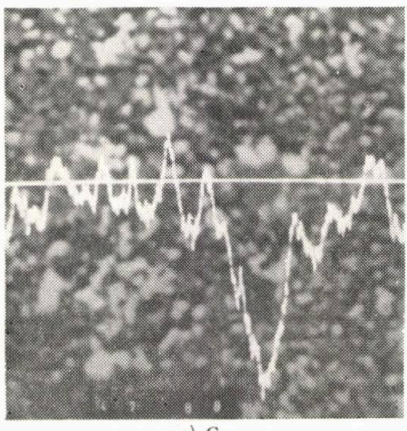
Fig. 5 — The distribution of the principal constituents in the Rap 3—*H* steel (1 200 : 1) : *a*,*b*, *c* — topography and variation lines of W, V and Cr ; *d*, *e* — X-rays images given by W and V.



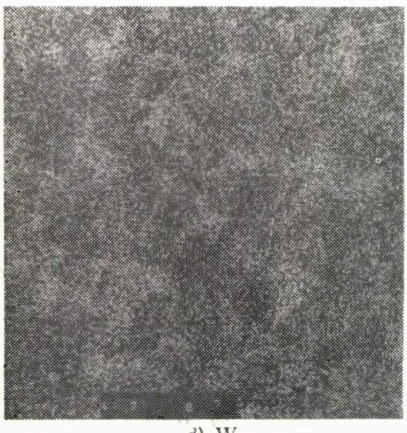
a) W



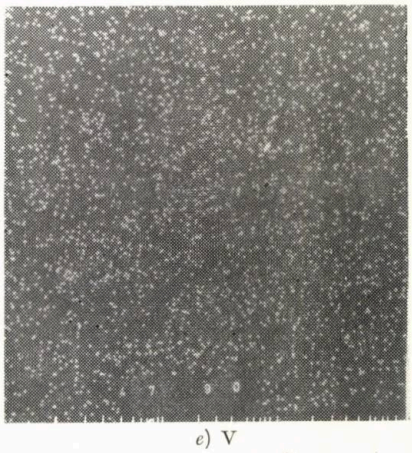
b) V



c) Cr



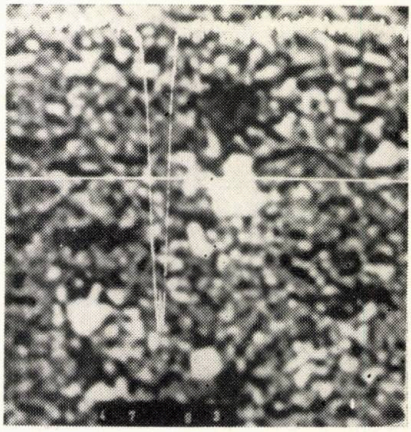
d) W



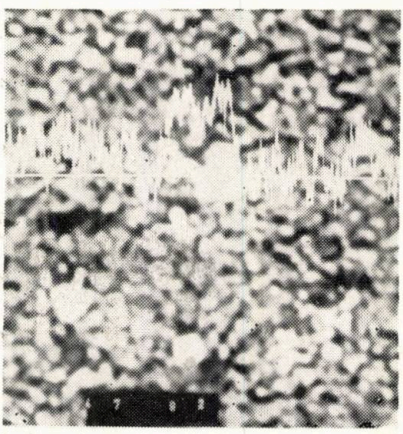
e) V

Fig. 6 — The distribution of principal constituents in the Rp 3—*M* steel (1 000 : 1) : *a*, *b*, *c* — topography and variation lines of W, V and Cr ; *d*, *e* — X-rays images given by W and V.

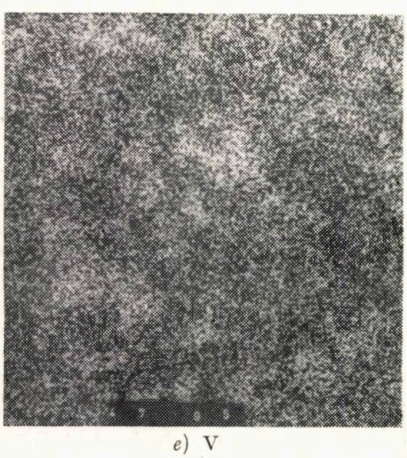
a) W



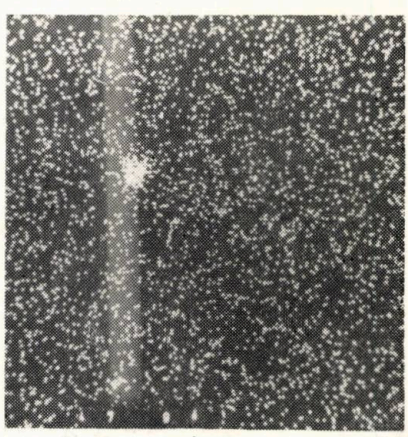
b) V



c) Cr



e) V



d) W

Fig. 7 — The distribution of principal constituents in the Rp 3— N steel (1 000: 1): *a*, *b*, *c* — topography and variation lines of W, V and Cr ; *d*, *e* — X-rays images given by W and V.

solved at heating) and fine carbides, precipitated from martensite at draw-back. The variation lines of wolfram, vanadium and chromium indicate the presence of these alloying constituents both in the matrix and in the carbides (Fig. 5*a*, 5*b*, 5*c*).

The X-rays images given by the presence of wolfram and vanadium as alloying constituents emphasize their uniform distribution between the matrix and the carburic phase (Fig. 5*d*, 5*e*).

Completing the *H* variant with a 580°C draw-back (*M* variant), some important modification of the alloying constituents distribution are produced. Thus, the number of the precipitated carbides is increased as compared to the *H* variant, while the alloying constituents are in a considerable quantity in the carburic phase ; the variation lines of wolfram, vanadium and chromium prove this very thing (Fig. 6*a*, 6*b*, 6*c*).

The X-rays images given by presence of wolfram and vanadium point out both an uniform distribution of wolfram and the presence of large vanadium carbides (Fig. 6*d*, 6*e*).

The repetition of the draw-back cycle followed by cooling at cryogenic temperatures, according to the thermal treatment variant does not bring any important modification of the topography and of the distribution of the alloying constituents between the carburic phase and the matrix, as compared to the *M* variant; are to be noted only an accentuated coagulation of the carbides, as shown in Fig. 7.

Conclusions. As a results of the researches carried out at the electronic microsonde regarding the redistribution of the alloying constituents between the matrix and the carbides in the Rp3 cutting tool high speed steel, we can note :

1. The treatment at cryogenic temperatures brings essential modifications in the distribution of the alloying constituents between the matrix and the carbides, modifications which can only be quantitatively estimated.

2. The cooling at cryogenic temperatures, applied immediately after oil hardening, must be compulsory followed by a 580°C draw back, during which the convenient redistribution of the alloying constituents between the matrix and the carbides takes place.

3. The application of the 580°C draw back after cooling below 0°C, preceded by oil hardening (*G* variant) determines the formation of some fine wolfram, vanadium and chromium carbides precipitated from martensite, and, at the same time, martensite sufficiently alloyed to give steel hardness and, generally speaking, high cutting properties.

4. The application of cooling at cryogenic temperatures after a preceding 580°C draw-back (*H* variant), has a decreased effect on the redistribution of the alloying constituents between the matrix and the carburic phase at the following draw-backs, on account of the fact that in this process we have used only the martensite formed at the first draw-back and at the cooling up to −70°C, in much less quantity than when the −70°C cooling is donne immediately after the oil hardening (*G* variant).

5. The thermal treatment at cryogenic temperatures contributes to the substantial increase of the cutting characteristics of high speed steels, by the important contribution given by increasing the quantity of the marten-

site supersaturated in alloying constituents and carbon, and also the quantity of carbides finely precipitated from martensite.

Received January 12, 1981

Polytechnic Institute, Jassy,
Laboratory for Studies on Metals

REFERENCES

1. Адаскин А.Н., Седов И.У.Е., Металоведение и термическая обработка металлов, (1979).
2. Nikanorov M.A., *Cinetica repartizării elementelor de aliere între faza metalică şi cea de carbură în procesul revenirii oţelurilor rapide călite.* Metalurgie fizică şi tratamente-termice, I.D.T., Buc., 1955.
3. Alexandru I., *Contribuţii privind influenţa tratamentelor termice la temperaturi sub 0°C ale oţelurilor bogat aliate, asupra proprietăţilor lor de aşchiere.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iaşi, 1980.

ASPECTE LEGATE DE INFLUENŢA TRATAMENTELOR TERMICE CRIOGENICE ASUPRA REDISTRIBUIRII ELEMENTELOR DE ALIERE ÎNTRE MATRICE ŞI FAZA CARBURICĂ DIN OŢELURILE RAPIDE Rp 3

(Rezumat)

Lucrarea prezintă sinteza cercetărilor experimentale la microsonda electronică privind influenţa tratamentelor termice la temperaturi criogenice în diverse variante asupra redistribuirii elementelor de aliere între faza carburică şi matrice în oţelul rapid Rp 3. Cercetările evidenţiază net contribuţia pozitivă a continuării răcirii în ulei pînă la temperaturi de — 70 °C urmată de o revenire, comparativ cu tratamentele termice clasice, asupra redistribuirii optime a' elementelor de aliere între fazele existente, fapt ce determină o creştere substanţială a durabilităţii sculelor aşchietoare din oţeluri rapide astfel tratate termic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tom. XXVIII (XXXII), Fasc. 1—2 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D. C. 621.78

EXPERIMENTAL RESEARCHES FOR THE DETERMINATION OF THE ATC Si10 Mg ALLOY FATIGUE LIFE, FUNCTION OF DIFFERENT APPLIED THERMAL TREATMENT CYCLES

BY

A. DIMA, TOMA FĂRCAŞ, I. ALEXANDRU, GH. AILINCĂI and R. DĂNILĂ

The aluminium alloys which are suited to plastic deformation processing are much more often studied from the view point of their physico-mechanical and structural properties, on account of their usage in machine elements building.

The casting alloys, especially the complex silico-aluminium-magnesium ones, are used nowadays more and more at the casting of parts which are subjected to variable stresses; this fact leads to the necessity of studying the alloy behaviour at fatigue.

The approach to the experimental researches carried out to establish the fatigue behaviour of the discussed alloy, namely the ATC Si 10 Mg one, was meant to determine the fatigue life variation of the casting state-and thermal treated alloy, after different thermal treatment cycles imposed by the research.

The used experimental research methodology is as follows :

i) The determination of the chemical composition of the studied alloy.

ii) The obtaining of NPL-434 Amsler test bars, necessary for studying both the fatigue strength and the fatigue life (constant bending cycle).

iii) The adaptation and the testing of various complex thermal treatment cycles which are in accordance both with the 201/2—7 STAS specifications and with the ternary equilibrium diagram of the studied alloy.

iv) The determination of the Wöhler fatigue strength curves of the discussed alloy, both in a costing and in a case-hardered and 160°C artificial aged state, time of exposure 7 hours ; the purpose is to study the influence of the thermal treatments on the fatigue strength.

As part of the experimental researches, the variation curves

$$\sigma_{-1} = f(\lg N), \tag{1}$$

have been drawn : where σ_{-1} — the fatigue bending strength for the symmetrical alternating cycle (daN/mm^2) ; N — number of loading cycles.

v) The determination of the fatigue life curves till the failure of the test bars occurs ; the fatigue life curves are experimentally determined for all the complex experimental thermal treatments cycles, and are of the type

$$\lg N = f(t), \tag{2}$$

where N — number of loading cycles till failure ; t — time of exposure at constant temperature for artificial aging, hours.

From the specialized literature for plastically deforming hard aluminium alloys, one can see that tolerable strenght at alternating stresses ranges from 2 to 2.7 daN/mm^2.

For light nonferrous alloys, the strength at alterating stresses can be approximated as being

$$\tau_{-1}=(0.25\cdots0.5)R \quad (3)$$

As it is known, the metal fatigue strength can be influenced by various factors which may be divided in three major groups.

1. Constructive factors (shape of the work, assembly tipe, machining accuracy, etc.).

2. Technological factors (material, surface quality, machining, accuracy etc.).

3. Working condisions (type of loading, the asymmetry degree of the cycle, short time overloading and-underloading, shocks, loading frequency, working temperature, corrosive action of the working medium).

To determine the fatigue strenght, the corrosion strenght under stress, and the corrosion durability under constant mechanical stress, only the test bars whose spreading field of both the maximum roughness values and of the ovality of the profiled section is in accordance with the STAS specifications, have been selected.

To carry out this research, the test bars cast in chills under gravimetrical presure (in conditions similar to the production process) have been used ; these test bars have been made in a single melting operation and are coresponding tio the 201/1-71 STAS specifications (Table 1) from the view point of the chemical composition.

Table 1

Alloy mark		Chemical composition %				
		Cu	Si	Mg	Mn	Al
ATC Si 10 Mg	STAS	—0.1	9 ... 11	0.15 ... 0.4	0.2 ... 0.6	6 res
	obtained (819 melting operation)	—0.1	10.6 ... 10.72	0.2 ... 0.3	0.25	res

	Impurities			
	Fe	Zn	Pb	Ni
STAS	0.7	0.1	0.005	0.1
obtained (819 melting operation)	0.47...0.52	—	—	—

Note : The values obtained at the „I.M. Ceahlău" Piatra Neamtz are in accordance with the certificate No. 4 708/24.07 1975.

To study the fatigue life and the fatigue strength variation, some Amsler test bars have been manufactured (Fig. 1.) ; these test bars have been milled off, machined with profiled tools and finished with coated abrasive fastened on a profiled support.

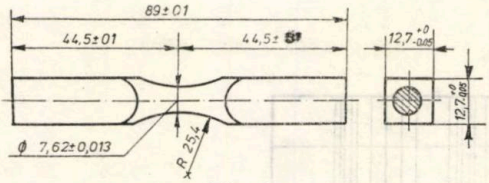


Fig. 1

The thermal treatment cycles taken into consideration during experiments (Fig. 2) have been chosen function both of the ternary equilibrium diagram of the studied alloy and of the 201/2-71 STAS specifications.

During tests, the so-called „placing in solution" has been used, at the same heating temperature as the same temperatures (520°C) as indicated by standards; the times of exposure temperatures for the artificial aging thermal treatment have been increased (27 cycles of thermal treatments). The high time of exposure is justified considering that as cast parts

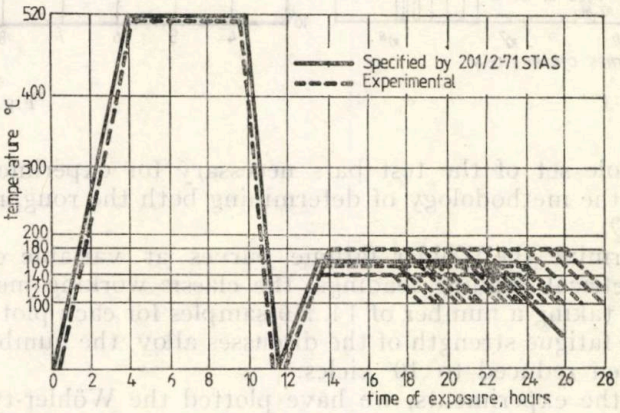


Fig. 2

the precipitates are much more rough then as the plastically deforming alloys ; this fact leads to the necessity of a longer time of exposure at the temperature of „placing in solution" for their dissolution.

The hardening thermal treatment has been done immediately after the „placing in solution" in hot water at 80...90°C, a medium which supported an optimal rate of coaling (140°...160°C/s) and, at the same time avoided the caming out of the deformations produced under the action of the hardening thermal stresses.

The constant keeping of the temperature of „placing in solution" of the alloys has been adapted after preliminary experiments of the cycles of thermal treatment indicated in 201/2—71 STAS ; as the result of these tests, the optimal values for the mechanical properties in the case of the adaptation of a „placing in solution" at 520°C, for 6 hours, have been obtained.

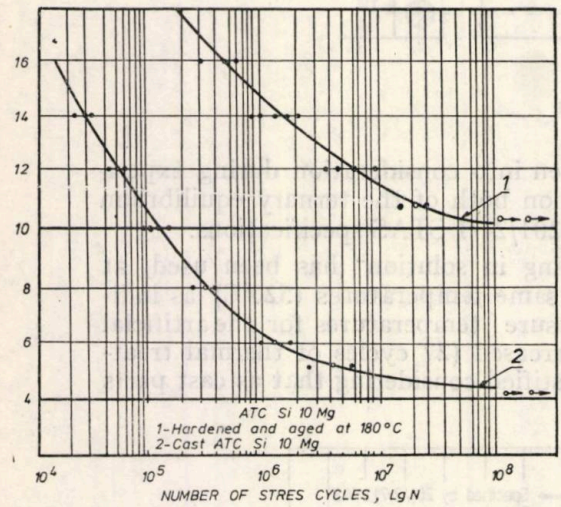


Fig 3

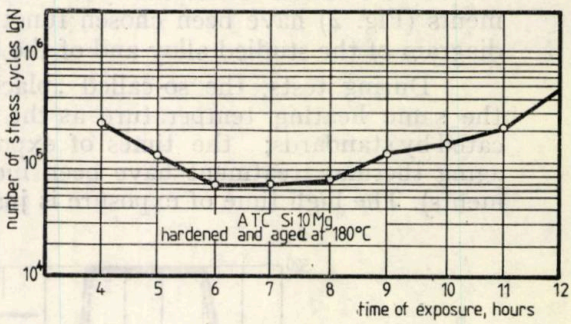


Fig. 4

The whole set of the test bars necessary for experiments has been measured by the methodology of determining both the roughness R_{max} and the ovality Q_v.

To determine the Wöhler fatigue curves at variable cyclical alternating symmetrical bending loadings, the classic working metodology has been used, by taking a number of 14...16 samples for each plotted curve. To determine the fatigue strength of the discusses alloy, the number of bending cycles has been reduced to 10^8 cicles.

During the experiments, we have plotted the Wöhler-type diagrams for the cast alloy and for the ATC Si 10 Mg alloy hardened and aged at 180°C, time of exposure 10 hours, with a complete cycle of thermal treatment ; the maximal statico-mechanical characteristics have been obtained (Fig. 3).

By the comparative study of the obtained diagrams, it has been noticed that by applying the complet thermal treatment cycle, the fatigue strength of the alloy σ_1 is increased from 4 daN/mm² to 10 daN/mm², a phenomenon which justifies in excess the necessity of employing thermal treatments to this type of alloys.

For determining the fatigue life variation of the alloy, the semilogarithmic variation curves of durability up to failure, at a constant strain

loading (14 daN/mm^2) for the whole range of thermal treatment cycles tested on the alloy (Fig. 4) have been drawn.

From the study of the durability variation curves, function both of temperature and time of exposure during the thermal treatment of artificial aging, it results the following principal aspects.

1. The durability has, for every exposure temperature, a minimal value for reduced times of exposure (6 hours), a fact which is explained by the loss of coherence with the solid solution of the distinct structural phase of the type ; this change leads to the annuling of coherence with the solid solution.

2. The cycles of complex thermal treatment which contain artificial aging at 180°C lead to maximum values of durability.

3. All the cycles of complex thermal treatment lead to durability values considerabily higher then the durability of the cast state alloy.

As a conclusion, the experimental determination carried out in this study, pointed out the fact that the application of cycles of complet thermal treatment structural hardening leads, in totality, to an increase both of the fatigue strength and of the durability at a constant strain loading of the studied alloy.

The harding thermal treatment is, therefore, a very efficient method of increasing the mechanical characteristics of the Romanian-made aluminium alloys.

Received October 22, 1980

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanical Technology

REFERENCES

1. S p e i d e l M.O., Conference on Fundamental Aspects of Stress Corrosion Cracking, Ohio State University, Columbus, Ohio State, 11—15, 1967.
2. N ă d ă ş a n Şt., *Oboseala metalelor*. Ed. tehn., Buc., 1962.
3. D i m a Ad., *Contribuţii la studiul micşorării efectelor coroziunii sub sarcină asupra aliajelor de aluminiu româneşti, prin acţiunea unui ciclu de tratament termic adecvat.* Teză de doctorat, Institutul politehnic din Iaşi, 1980.

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND DURABILITATEA LA OBOSEALĂ A ALIAJELOR ATC Si 10 Mg, FUNCŢIE DE CICLURILE DE TRATAMENT TERMIC

(Rezumat)

Cercetările experimentale efectuate au scos în evidenţă oportunitatea aplicării ciclurilor de tratament termic, în vederea creşterii durabilităţii la oboseală a aliajului ATC Si 10 Mg.

Creşterea rezistenţei minime la oboseală, după aplicarea ciclurilor de tratament termic complex, este de aproximativ 2,5 ori.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tom. XXVII (XXXI), Fasc. 1—2 1981
Secția IV
MECANICĂ APLICATĂ

C. Z. 621.9

CONSIDERAȚIUNI ȘI PROBLEME METODICE PRIVIND CONCEPȚIA ȘI PROIECTAREA DISPOZITIVELOR SPECIALE DE PRINDERE ÎN CONSTRUCȚIA DE MAȘINI

II. ELABORAREA SCHEMELOR DE ORIENTARE ȘI STRÎNGERE

DE

N. GOJINEȚCHI

1. Introducere. În continuarea studiului întreprins în [1] se discută în detaliu elaborarea schemelor de orientare și strîngere.

2. Elaborarea schemei și stabilirea elementelor de orientare (a mecanismelor de orientare și strîngere). Se propun următoarele faze :

2.1. *Întocmirea schiței operației* pentru care se concepe dispozitivul. Schița operației (fig. 3) este un document de lucru al proiectantului, facultativ (recomandabil pentru operații mai complicate și pentru proiectanții cu mai puțină experiență) și care nu trebuie confundată cu planul de operație tehnologică (fig. 2). Ea cuprinde :

a) desenul piesei ce trebuie prinsă, în poziție de lucru, reprezentată într-un număr suficient de vederi și secțiuni sau rupturi pentru înțelegerea formei sale constructive ; în cadrul schiței se vor evidenția axele de coordonate ale sistemului tehnologic în care va lucra dispozitivul și se va orienta piesa ;

b) suprafețele de prelucrat, controlat sau asamblat, marcate cu linii groase ;

c) dimensiunile, precizia (dimensională, de formă și poziție) și rugozitatea suprafețelor de prelucrat și a celor de referință (bazele de măsurare) ;

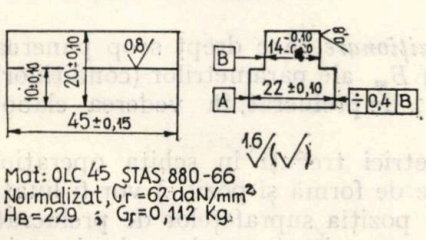


Fig. 1

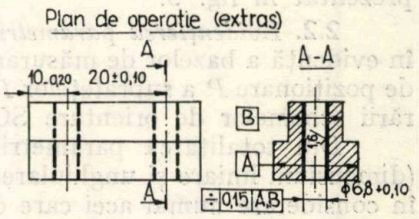


Fig. 2

Tabelul 1

	Nr. crt.	Elementul pentru poziționarea suprafeței prelucrate	Parametrul de poziționare P și toleranța t_p	Baza de referință (măsurare) B_m		
				Semn identificare	Forma suprafeței care o materializează	R_a
Nenominalizați	①	axa *I*	10(0,2)	(*C*)	plană	1,6
	2	axe *I*, *II*	÷ 0,15	*A*	2 plane paralele	1,6
	③	axe *I*, *II*	÷ 0,15	(*B*)	2 plane paralele	0,8
Nominalizați	4	axe *I*, *II*	⊥ —	*D*	plană	1,6
	⑤	axe *I*, *II*	⊥ —	(*E*)	plană discontinuă	0,8
	6	axe *I*, *II*	⊥ —	*F*	plană	1,6
	7	axe *I*, *II*	—	*G*	plană	1,6
	....	etc	etc	....	etc	....

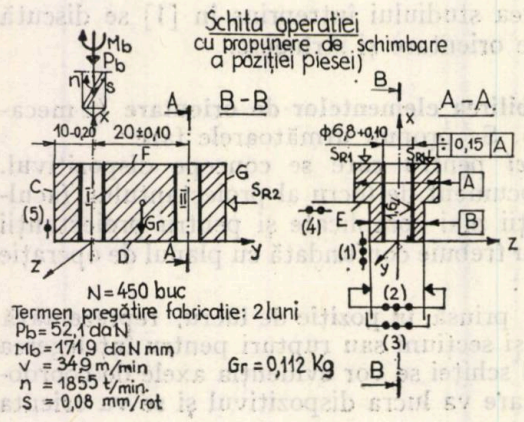


Fig. 3

toate acestea pot fi găsite în schița piesei finite ([1], fig 2)) a semifabricatului (fig. 1) ; se vor completa după celelalte planuri de operație (fig. 2) sau după documentele normative în vigoare : STAS 2300-65 (abateri limită pentru cote fără indicații de toleranță), STAS 7391/1...6-74, STAS 7393-66, STAS 7394-66 (toleranțe la paralelism, bătaie radială și frontală), cu respectarea terminologiei prevăzută în STAS 7384-66 și a modului de înscriere în conformitate cu STAS 7385-66 ;

d) mișcările piesei în conformitate cu schema de prelucrare adoptată ;

e) sculele, cu evidențierea mișcărilor în procesul generării suprafețelor ;

f) sensul forțelor și momentelor care solicită piesa în timpul prelucrării (forțe de așchiere, masice sau, dacă este cazul, și cele cu caracter secundar).

Un exemplu de întocmire a unei schițe de operație pentru prelucrarea găurilor de $\varnothing 6{,}8+0{,}1$, conform planului de operație din fig. 2, este prezentat în fig. 3.

2.2. *Evidențierea parametrilor de poziționare.* Are drept scop punerea în evidență a bazelor de măsurare (cotare) B_m ale parametrilor (condițiilor) de poziționare P a suprafețelor *I*, *II*, *III*,... de prelucrat, în vederea elaborării schemelor de orientare SO.

Din totalitatea parametrilor geometrici trecuți în schița operației (dimensiuni liniare și unghiulare, toleranțe de formă și poziție) vor fi luați în considerare numai acei care determină poziția suprafețelor de prelucrat în raport cu alte suprafețe sau elemente geometrice (axe, plane de simetrie

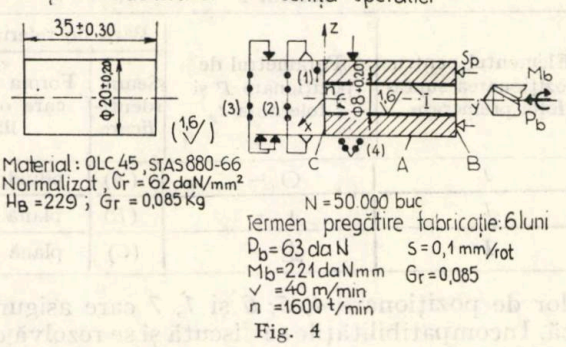


Fig. 4

etc) ale unor suprafețe anterior prelucrate, care reprezintă bazele de măsurare (cotare) B_m ale parametrilor respectivi. Parametrii de poziționare ai suprafețelor prelucrate pot fi cote liniare, unghiulare sau toleranțe de poziție notate conform STAS 7385-66. În cadrul acestei evidențieri nu vor fi luați în discuție parametri de poziționare care leagă suprafețe sau elemente geometrice (generatoare, axe sau plane de simetrie) ale unor suprafețe ce vor fi prelucrate din aceeași prindere, aceasta întrucît poziția lor nu va depinde de schema de prindere, adică de orientare și de strîngere, în care caz $\varepsilon_p = \varepsilon_0 + \varepsilon_s = 0$, în care : ε_p — eroarea de prindere (instalare), ε_0 — eroarea de orientare, ε_s — eroarea de strîngere.

Pentru sistematizarea acestei evidențieri se poate folosi tabelul 1 care a fost completat pentru schița operației din fig. 3. În tabel nu au fost luați în considerare parametrii $\varnothing\ 6,8+0,1$ — care se referă la dimensiunea găurii și nu la poziția ei — și nici parametrul $20\pm0,1$, deoarece acesta leagă suprafețe care vor fi prelucrate din aceeași prindere, dacă soluția de ansamblu nu prevede, de exemplu, întoarcerea sau deplasarea piesei după executarea primei găuri.

Tabelul va fi completat în primul rînd cu parametrii de poziționare nominalizați în schița operației (impuși, precizați) de constructor sau tehnolog și apoi cu parametrii nenominalizați, care rezultă în mod evident din configurația și poziția piesei, ei descriind poziția suprafețelor de prelucrat în raport cu alte suprafețe ale piesei care ar putea fi folosite ca eventuale baze de orientare.

Parametrii de poziționare nenominalizați au importanță în special cînd lipsesc parametrii de poziționare nominalizați sau cînd numărul acestora este insuficient pentru precizarea certă a suprafețelor de prelucrat. Un exemplu de acest gen este dat în schița operației din fig. 4, pentru care tabelul 2 a fost completat numai cu parametri nenominalizați.

Tabelele întocmite așa cum s-a arătat mai înainte permit să se evidențieze mulțimea suprafețelor A, B, C,... din care se vor putea alege bazele de măsurare, forma și rugozitatea lor, parametrii de poziționare incompatibili — dacă aceștia nu au fost sesizați la studiul temei — precum și parametrii de poziționare echivalenți. De exemplu, din tabelul 1 rezultă că parametrul *2* este incompatibil cu parametrul *3*, avînd în vedere că (fig. 1...3), gaura $\varnothing\ 6,8\pm0,10$ nu poate să realizeze o toleranță la simetrie de 0,1 mm, simultan față de A și B, atît timp cît suprafața A (fig. 1) are o toleranță la simetrie de 0,4 mm față de suprafețele B. De asemenea, rezultă echiva-

Tabelul 2

	Nr. crt.	Elementul pentru poziționarea suprafeței prelucrate	Parametrul de poziționare P și toleranța t_p	Baza de referință (măsurare) B_m		
				Semn. identificare	Forma suprafeței care o materializează	R_a
Nenominalizați	1	*I*	⊙ —	(*A*)	cilindrică lungă	1,6
	2	*I*	⊥ —	(*B*)	plană	1,6
	3	*I*	⊥ —	(*C*)	plană	1,6

lența parametrilor de poziționare *4*, *5*, *6* și *1*, *7* care asigură o poziționare principial identică. Incompatibilitățile se discută și se rezolvă cu constructorul piesei și cu tehnologul. În cazul parametrilor incompatibili *2*, *3* este mai rațional să se renunțe la respectarea parametrului *2* în favoarea parametrului *3*, avînd în vedere că ultimul leagă suprafețele de prelucrat *I*, *II* de suprafața *B* cu $R_a=0{,}8<R_a=1{,}6$ a suprafeței *A*. Dintre parametrii *1*, *7* se va prefera parametrul *1*, nominalizat, pentru care baza de măsurare *C* poate deveni și bază de orientare, cu erori de orientare minime. Dintre parametrii echivalenți *4*, *5*, *6* se va reține parametrul *5* la care baza de măsurare *E* are $R_a=0{,}8$ etc. Parametrii de poziționare astfel analizați și reținuți vor fi marcați, de exemplu, prin încercuire.

2.3. *Stabilirea numărului total și a naturii gradelor care trebuie legate prin orientare.* Numărul și natura gradelor de libertate care trebuie legate prin orientare sînt determinate de respectarea tuturor parametrilor reținuți la activitatea precedentă, ținînd cont că aceștia trebuie obținuți în sisteme tehnologice reglate la dimensiune sau programate în cadrul sistemelor tehnologice automatizate. Ca atare, numărul și natura gradelor de libertate vor fi astfel stabilite încît orice piesă a lotului să fie orientată în mod identic în cadrul sistemului tehnologic. Gradele de libertate astfel legate vor fi marcate pe simbolurile elementelor de orientare [3] prin balustrări pline. Pentru respectarea parametrilor de poziționare reținuți din tabelul 1, întocmit pentru schița operației din fig. 3, este necesară o orientare completă cu legarea tuturor celor șase grade de libertate : t_x, t_y, t_z — translații, r_x, r_y, r_z — rotații, în lungul și în jurul axelor x, y, z (fig. 3). Pentru respectarea parametrilor de poziționare reținuți în tabelul 2, întocmit pentru schița operației din fig. 4, este necesară o orientare incompletă cu legarea a numai cinci grade de libertate.

În cazul schemelor de orientare incomplete, gradele de libertate rămase nelegate pot fi legate și din condiții de limitare a zonei de lucru sau de închidere a forței de strîngere prin reazeme. Aceste reazeme nu sînt reclamate de orientare ci de strîngere și de procesul prelucrării. Aceste grade de libertate vor fi reprezentate pe simbolurile reazemelor prin balustrări goale.

2.4. *Alegerea bazelor de orientare.* Din punct de vedere teoretic, orice suprafață a piesei poate fi aleasă ca bază de orientare. Sistemul bazelor de orientare se constituie de la caz la caz, respectîndu-se următoarele recomandări :

a) ca baze de orientare se vor alege pe cît posibil suprafețele prelucrate cu precizie, iar dintre acestea vor fi alese în primul rînd bazele de măsurare ale parametrilor de poziționare reținuți conform § 2.2 ;

b) numărul, forma și asocierea lor trebuie să asigure legarea gradelor de libertate stabilite conform § 2.3 și să nu depășească numărul de trei ;

c) bazele de orientare vor fi astfel alese încît să permită realizarea schemei de prelucrare, accesul ușor al sculelor și al mijloacelor de măsurare, curățirea așchiilor, aplicarea forțelor de strîngere etc ;

d) dacă condițiile de mai sus nu pot fi îndeplinite de bazele de măsurare ale parametrilor de poziționare reținuți în tabelul 1, atunci ca baze de orientare se vor alege bazele de măsurare ale unor parametri de poziționare echivalenți ;

e) numărul de grade de libertate pe care trebuie să-l lege fiecare bază de orientare depinde de rolul și importanța respectivei baze de orientare ; numărul maxim de grade de libertate se va atribui bazei de orientare care asigură realizarea parametrului de poziționare cu precizie maximă ; restul gradelor de libertate vor fi legate de bazele de orientare astfel încît să se realizeze toți ceilalți parametri de poziționare.

Ținînd cont de cele arătate mai sus, pentru piesa din fig. 3, ca baze de orientare s-au ales suprafețele B care leagă trei grade de libertate, t_z, r_x, r_y ; E care leagă două grade de libertate, t_x, r_z, și C care leagă un grad de libertate, t_y. Verificarea se face prin metoda excluderii. De exemplu, dacă bazei E i se atribuie legarea numai unui singur grad de libertate atunci nu se poate asigura realizarea parametrului *5* din tabelul 1 și anume, perpendicularitatea axelor găurilor *I*, *II* față de suprafața E etc.

2.5. *Simbolizarea posibilităților de rezemare.* După stabilirea bazelor de orientare și a formei lor caracteristice (plană, cilindrică exterioară, cilindrică interioară, găuri de centrare etc), a gradului lor de prelucrare, respectiv a rugozității R_a, în schița operației se vor evidenția prin simboluri [3], în dreptul bazei de orientare sau pe linii ajutătoare, toate variantele de reazeme (elemente de orientare sau de orientare și strîngere) caracteristice cu numărul de grade de libertate pe care trebuie să le lege. Fiecărui simbol caracteristic i se atribuie un număr de ordine.

2.6. *Combinarea simbolurilor și evidențierea schemelor de orientare (orientare și strîngere) tehnic posibile* (SO—TP). După simbolizarea tuturor reazemelor posibile se trece la combinarea simbolurilor astfel încît fiecare combinație să reprezinte o asociere logică și să lege numărul de grade de libertate stabilit anterior. Pentru sistematizarea rezultatelor se poate utiliza tabelul 3 care a fost întocmit pentru schița operației din fig. 3.

2.7. *Stabilirea reazemelor auxiliare.* Acum, sau după elaborarea schemei de strîngere, în funcție de configurația piesei și de modul de solicitare în timpul prelucrării, se va stabili necesitatea utilizării acestor tipuri de reazeme, se vor alege și se vor amplasa la locul considerat necesar, folosindu-se simbolurile caracteristice [3].

2.8. *Stabilirea schemei și a elementelor de orientare (orientare și strîngere) optime* (SO—O). Pentru a ajunge la schema de orientare optimă se pleacă de la SO—TP din tabelul 3, operîndu-se o serie de selecții eliminatorii, luîndu-se în considerare următoarele criterii :

2.8.1. *Criteriul preciziei de orientare.* Se consideră schemă de orientare tehnic acceptabile (SO—TA), schemele din tabelul 3 care îndeplinesc condiția [3], [4]

Tabelul 3

Nr. crt.	SO–TP	Grade de libertate legate					
		t_x	t_y	t_z	r_x	r_y	r_y
1	(1) (4) (5)	+	+	+	+	+	+
2	(2) (4) (5)	+	+	+	+	+	+
3	(3) (4) (5)	+	+	+	+	+	+

(1) $$\varepsilon_{0r(P)} = \varepsilon_{0a(P)},$$

(2) $$\varepsilon_{0a(P)} = \left(\frac{1}{2} \ldots \frac{1}{3}\right) t_P,$$

în care : P — parametrii de poziţionare ai suprafeţelor de prelucrat reţinuti în tabelele 1, 2 ; $\varepsilon_{0r(P)}$ — eroarea de orientare reală a parametrului P, determinată conform metodologiilor date în literatura de specialitate [3], [4], [6] ; $\varepsilon_{0a(P)}$ — eroarea de orientare admisibilă pentru parametrul P ; t_P — toleranţa prescrisă pentru parametrul P.

Se face menţinerea că în cazul parametrilor nenominalizaţi, $t_{(P)}$ se poate stabili ţinînd cont că, în conformitate cu standardele în vigoare, toleranţele de poziţie nespecificate (nenominalizate) sînt incluse în toleranţele la dimensiunile piesei. De exemplu, parametrul de poziţionare nenominalizat *5* reţinut în tabelul 1 — perpendicularitatea axelor *I*, *II* faţă de suprafaţa *E* — va fi egal cu toleranţa la diametrul găurii Ø 6,8, deci 0,10 mm.

Pentru tratarea sistematică a acestei probleme se poate folosi un tabel de forma tabelului 4, care a fost întocmit pentru schiţa operaţiei din

Tabelul 4

Parametrul de poziţionare (tabelul 1)			$\varepsilon_{0a(P)} = \frac{1}{3} t_P$	Nr. SO–TP (tabelul 3)				
Nr. crt.	Ⓟ	t_p		1	2	3	...	i
1	10	0,2	0,07	0	Ⓞ	0	...	...
3	÷	0,15	0,05	0,1	Ⓞ	0,1	..	...
5	⊥	(0,10)*	0,03	0	Ⓞ	0	...	...

* nefiind nominalizată în tabelul 3, t_P va fi egală cu toleranţa la diametrul Ø 6,8, fig. 3

SO–TA

fig. 3. Din tabel se poate vedea că numai o singură SO—TP și anume *2*, îndeplinește condițiile de precizie impuse tuturor parametrilor de poziționare *P*, ea devenind schemă de orientare tehnic-acceptabilă (SO—TA) ; schemele *1* și *3* vor fi excluse. În alte situații, condițiile de precizie pot fi îndeplinite de mai multe SO—TP, ele urmînd a fi reținute pentru selecțiile care urmează.

2.8.2. *Criteriul constructiv-funcțional, organizatoric și economic.* Pentru a face selecția după acest criteriu trebuie să avem în vedere că simbolurile utilizate pentru reprezentarea schemelor de orientare sînt purtători polivalenți de informații constructiv-funcționale. Ele pot fi materializate în diferite variante tipice sau în combinații de elemente de orientare [3], [4]. De exemplu, simbolul (*1*) din fig. 3 și tabelul 1 poate fi materializat de suprafața plană a corpului dispozitivului, de o asociere de trei cepuri de diverse construcții, de asocieri de plăci de diverse construcții etc ; simbolul (*3*) poate fi materializat de un mecanism autocentrant cu prisme, cu fălci radiale glisante, cu pîrghii, cu elemente elastice etc.

Dintre schemele de orientare reținute la selecționarea precedentă vor fi eliminate SO—TA care nu pot respecta o serie de condiții constructive, funcționale și organizatorice evidente, cum ar fi : 1) imposibilitatea accesului sculelor la suprafețele de prelucrat ; 2) securitatea muncii ; 3) uzinarea (sculăria nu dispune de utilajele corespunzătoare realizării dispozitivului impus de SO—TA) ; 4) posibilitatea asamblării, instalării și reglării la dimensiune a sistemului tehnologic cu dispozitivul impus de SO—TA ; 5) fiabilitatea și posibilitatea reparării și restabilirii preciziei de orientare ; 6) posibilitatea evacuării așchiilor și a curățirii ușoare a dispozitivului ; 7) funcționalitatea practică a dispozitivului (de exemplu, utilizarea bucșelor elastice pentru piese cu toleranțe mari) etc ; 8) realizarea în termenul stabilit etc.

Din punct de vedere economic, schema de orientare optimă este cea care poate fi materializată cu elemente de orientare care presupun cheltuieli minime. Din acest punct de vedere, evident, cele mai eficiente sînt dispozitivele existente posibile de folosit, dispozitivele modulate în cazul producțiilor mici sau cele care pot fi adaptate pentru realizarea SO—TA, dar acest aspect a fost arătat la adoptarea soluției de ansamblu.

Selectarea schemelor de orientare după criteriul economic, folosind diversele metode de analiză și decizie [3], [4] sînt subiective și costisitoare în cazul dispozitivelor speciale. De aceea este necesară o evaluare simplă și rapidă, chiar dacă ea este mai puțin precisă. În general costul unei construcții tehnice depinde de numărul elementelor din care se compune și de numărul suprafețelor care formează ajustaje și deci trebuie prelucrate foarte precis. De exemplu, un mecanism autocentrant cu bucșă elastică — care conține un singur element de orientare — va fi mai ieftin decît un mecanism autocentrat cu fălci radiale glisante, care are cel puțin două piese cu cîte 2...8 suprafețe care formează ajustaje. Este evident că pentru a face o asemenea evaluare, proiectantul trebuie să aibă cunoștințe precise despre construcția elementelor structurale caracteristice dispozitivelor, mai mult, trebuie să aibă o imagine destul de clară asupra modului de materializare a schemei de orientare pe care o evaluează. În acest sens se poate face și o sistematizare ca în tabelul 5, care a fost completat pentru SO—TA care îndeplinesc condițiile de precizie, în cazul de față fiind vorba de SO—TA *2* din tabelul 4.

Tabelul 5

Simbol SO—TA Tabelele 3, 4	Variante	Nr. total elemente orientare	Nr. suprafețelor care formează ajustaje	
(2) + (4) + (5)	cu fălci glisante	4*	3×3=9	SO—O
	cu fălci elastice	2*	1×3=3	
	cu pîrghii și fălci	7*	6×3=18	
⋮	⋮	⋮	⋮	

* indispensabile pentru orientare

Din tabelul 5 rezultă în mod evident că soluția de orientare optimă SO—O va fi cea cu fălci elastice și cu sprijin frontal.

3. Elaborarea schemei și stabilirea mecanismelor de strîngere. La elaborarea schemei de strîngere optime se pleacă de la schema de orientare optimă și de la forțele care intervin în timpul prelucrării. Înainte sau concomitent cu elaborarea schemei de strîngere, se va rezolva problema asigurării certe, în timpul prinderii, a contactului dintre piese și elementele de orientare (reazeme) cu ajutorul forțelor de prestrîngere (reglare), care pot fi aplicate de muncitor (vectorii S_{R1}, fig. 3), se realizează prin greutatea proprie a piesei sau vor trebui dezvoltate de mecanisme speciale de prestrîngere și strîngere [3], [4].

Se consideră schemă de strîngere optimă aceea care conduce la erori de strîngere minime, care poate fi realizată cu elementele cele mai ieftine (tipizate, standardizate) și care permit realizarea soluției de ansamblu.

Erorile de strîngere $\varepsilon_{s(P)}$ ale parametrilor de poziționare a suprafețelor de prelucrat pot fi considerate neglijabile în următoarele situații :

a) forțele de strîngere sînt aproximativ constante (acționare mecanizată sau prin chei dinamometrice limitative) ;

b) forțele de strîngere sînt perpendiculare pe parametrul de poziționare sau pe planul în care el se măsoară ;

c) parametrul de poziționare leagă suprafețele care urmează a fi prelucrate din aceeași prindere ;

d) forțele de strîngere sînt astfel amplasate încît se închid prin reazeme și nu conduc la deformații ale pieselor ;

e) reazemele au rigidități mari (suprafețe îngrijit prelucrate, îmbinări cu strîngere, elementele pe care se asamblează sînt solicitate corespunzător și au rigiditate mare).

La elaborarea schemei de strîngere, proiectantul trebuie să cunoască soluțiile tehnice (mecanismele de strîngere) care pot realiza schema de strîngere impusă de cazul concret.

După stabilirea schemei de strîngere — care reprezintă amplasamentul forţelor de strîngere S şi a forţelor de reglare S_R — acestea vor fi evidenţiate prin săgeţi goale pentru S_R şi pline pentru S şi vor fi determinate prin aplicarea uneia din metodologiile prezentate în lucrările de specialitate [3]...[5], [7], etc, pe baza forţelor de aşchiere stabilite în cadrul datelor iniţiale. Forţele de strîngere vor fi astfel stabilite încît să se asigure nu numai echilibrul static, ci şi stabilitatea dinamică, în vederea înlăturării vibraţiilor. În mare, acest lucru poate fi realizat dacă forţele şi momentele de frecare dintre piese şi elementele de orientare ale dispozitivului vor prelua cel puţin 50% din forţele şi momentele care pot provoca vibraţii. Calcule şi studii dinamice mai aprofundate, efectuate pentru fiecare dispozitiv special, necesită timp şi sînt mai costisitoare decît însăşi dispozitivul. O apreciere corectă a naturii solicitărilor şi luarea unor măsuri constructive corespunzătoare sînt suficiente la proiectarea unor asemenea dispozitive.

Pe baza schemei de strîngere, cunoscînd mărimea şi caracterul forţelor de strîngere, precum şi soluţia de ansamblu, se va adopta tipul mecanismului de strîngere (cu şurub, cu excentric, cu pene, cu pîrghii, combinate).

Primită la 22 ianuarie 1981

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini-unelte şi scule

BIBLIOGRAFIE

1. Gojineţchi N., Gherghel N., *Consideraţiuni şi probleme metodice privind concepţia şi proiectarea dispozitivelor speciale de prindere în construcţia de maşini* (I). Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXVI (XXX)**, *3—4*, s. *IV* (1980).
2. Crum L.W., *Ingineria valorii* (trad. din l. engleză). Ed. tehn., Buc., 1976.
3. Tache V., Brăgaru A., *Dispozitive pentru maşini-unelte. Proiectarea schemelor de orientare şi fixare a semifabricatelor.* Ed. tehn., Buc., 1976.
4. Stănescu I., Tache V., *Dispozitive pentru maşini-unelte. Proiectare, construcţie.* Ed. tehn., Buc., 1979.
5. Sagyebo F., *Proiectarea şi construcţia dispozitivelor.* Inst. polit. Cluj, 1969.
6. Gherghel N., *Îndrumar pentru lucrări de laborator la construcţia şi exploatare dispozitivelor.* Inst. polit. Iaşi, 1979.
7. Gojineţchi N., Rener A., *Proiectarea şi construcţia dispozitivelor.* Inst. polit. Iaşi, 1970.
8. Кузнецов В.С., *Система универсально-сборных приспособлении в машиностроение.* Машгиз, М., 1964.
9. Abakumov M.M., *Dispozitive moderne pentru maşini-unelte* (trad. din l. rusă). I.D.T., Buc., 1962.
10. Picoş C. şi colab., *Normarea tehnică.* Vol. 1, Ed. tehn., Buc., 1979.

BETRACHTUNGEN UND METHODISCHEN FRAGEN ÜBER DEN ENTWURF DER SPEZIELLSPANNVORRICHTUNGEN FÜR DIE MASCHINENKONSTRUKTION (II)

(Zusammenfassung)

In der Arbeit ist einheitlich die Problematik des Speziellspannvorrichtungenentwurfes für die Maschinenkonstruktion vorgestellt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Secţia IV
Tom. XXVII (XXXI), Fasc. 1—2 1981
MECANICĂ APLICATĂ

C. D. 621.92

MODELLI MATEMATICI PER I PRINCIPALI CRITERI DI VALUTAZIONE DEI RISULTATI DELLA RETTIFICA ELETTROCHIMICA-ABRASIVA TRAMITE PRESSIONE COSTANTE, DI ALCUNE LEGHE DURE SINTETIZZATE (CARBURI METALLICI) (I)

DI

N. GHERGHEL

1. Introduzione. L'affilatura elettrochimica-abrasiva rappresenta una delle principali tendenze moderne (unitamente all'affilatura con diamante o con nitruro di boro cubico), nella tecnologia di affilatura degli utensili, tenuto conto dei positivi risultati che si possono conseguire con tale procedimento e del fatto che, per/ora, esso permette la più razionale utilizzazione dei materiali abrasivi superduri (diamante e nitruro di boro cubico), il cui prezzo è ancora elevato.

In procedimento di lavorazione per erosione elettrochimica-abrasiva è basato sullo svolgimento contemporaneo dei processi di erosione elettrochimica combinati con processi di abrasione realizzati da mole abrasive, composte generalmente da granuli di diamante affogati entro leganti elettroconduttivi (di regola, metallici).

Benché il procedimento di rettifica elettrochimica-abrasiva dei materiali duri sia noto da molto tempo, la sua larga applicazione su scala industriale si osserva appena in questi ultimi anni, quando i pregiudizi dovuti all'alto prezzo delle mole diamantate ed alla tossicità della soluziune dell' elettrolito sono stati, in gran parte, superati. La complessità del processo ed il materiale abrasivo costoso utilizzato, inseme alle esigenze sempre più elevate per quanto riguada i risultati sugli utensili affilati con questo metodo, hanno determinato la necessità di una ricerca sistematica del procedimento.

Malgrado il numero abbastanza grande di opere dedicate alla rettifica elettrochimica-abrasiva, quelli relativi alla ricerca pura sono assai pochi e la loro analisi ci porta alla conclusione che non si è ancora arrivati ad una concezione unitaria sulla teoria e sulla pratica di questo procedimento di lavorazione. La constatazione che la principale applicazione attuale del procedimento è constituita dall'affilatura degli utensili con placchette in carburi metallici ed il fatto che le mole diamantate si sono dimostrate le più efficienti, giustifica la sempre maggior attenzione che viene rivolta a questi processi.

In questo campo, una delle direzioni in cui è indirizzata la ricerca, con particolare importanza alla teoria ed alla pratica, è costituita dall'otti-

mizzazione delle principali condizioni di lavoro, problema che non è ancora stato studiato a fondo e sistematicamente. Questo argomento di notevole interesse ed importanza è stato incluso nei programmi di ricerca della Cattedra di macchine utensili dell'Istituto Politecnico di Iași (Romania).

Per l'ottimizzazione delle principali condizioni di lavoro nella rettifica (affilatura) elettrochimica-abrasiva con pressione costante, si è elaborato un modello matematico in base alla teoria della programmazione matematica, modello publicato nel numero 9/1977 della rivista „Macchine" [5].

Successivamente il suddetto modello ha subito a'cune modifiche, arrivandosi alla seguente forma :

$$(1)\qquad C=\frac{1}{60}(1+f_D+f_G)\,C_s\,\frac{1}{C_Q\,i^{\alpha_Q}\,p^{\beta_Q}\,v^{\gamma_Q}\,s_l^{\varphi_Q}\,h^{\xi_Q}}\ [\text{lei/cm}^3]\rightarrow\min.$$

$$(2)\qquad i^{\alpha_{P_T}}\,p^{\beta_{P_T}}\,v^{\gamma_{P_T}+1}\,s_l^{\varphi_{P_T}}\,h^{\xi_{P_T}}\leqslant\frac{\pi\ 1\,950}{C_{P_T}}\,N_m\eta,$$

$$(3)\qquad v\geqslant v_{\min}=\frac{\pi(D_{\text{med}})_{\min}\,n_{\min}}{60\ .\ 1\,000},$$

$$(4)\qquad v\leqslant v_{\max}=\frac{\pi(D_{\text{med}})_{\text{mas}}\,n_{\text{mas}}}{60\ .\ 1\,000},$$

$$(5)\qquad s_l\geqslant s_{l_{\min}},\qquad (6)\qquad s_l\leqslant s_{l_{\text{mas}}},$$

$$(7)\qquad i\geqslant i_{\min}=\frac{I_{\min}}{A_{s.c._{\text{mas}}}},\qquad (8)\qquad i\leqslant i_{\text{mas}}=\frac{I_{\text{mas}}}{A_{s.c._{\min}}},$$

$$(9)\qquad p\geqslant p_{\min}=\frac{P_{\min}}{A_{s.c._{\text{mas}}}},\qquad (10)\qquad p\leqslant p_{\text{mas}}=\frac{P_{\text{mas}}}{A_{s.c._{\min}}},$$

$$(11)\qquad h\geqslant h_{\min},\qquad (12)\qquad h\leqslant h_{\text{mas}}$$

$$(13)\qquad i^{\alpha_{T_E}}\,p^{\beta_{T_E}}\,v^{\gamma_{T_E}}\,s_l^{\varphi_{T_E}}\,h^{\xi_{T_E}}\leqslant\frac{1}{C_{T_E}}\,T_{E_{\text{mas admis}}},$$

$$(14)\qquad i^{\alpha_U}\,p^{\beta_U}\,v^{\gamma_U}\,s_l^{\varphi_U}\,h^{\xi_U}\leqslant\frac{1}{C_U}\,U_{\text{mas admis}},$$

$$(15)\qquad i^{\alpha_{P_N}}\,p^{\beta_{P_N}}\,v^{\gamma_{P_N}}\,s_l^{\varphi_{P_N}}\,h^{\xi_{P_N}}\leqslant\frac{2}{C_{P_N}}\,\frac{\delta}{D^3la}\,EI_2,$$

$$(16)\qquad i^{\alpha_\rho}\,p^{\beta_\rho}\,v^{\gamma_\rho}\,s_l^{\varphi_\rho}\,h^{\xi_\rho}\leqslant\frac{1}{C_\rho}\,\rho_{\text{admis}},$$

$$(17)\qquad i^{\alpha_{R_a}}\,p^{\beta_{R_a}}\,v^{\gamma_{R_a}}\,s_l^{\varphi_{R_a}}\,h^{\xi_{R_a}}\leqslant\frac{1}{C_{R_a}}\,(R_a)_{\text{admis}}.$$

In questo modello sono state utilizzate le seguenti notazioni: I — intensità della corrente continua, A; $A_{s.c}$ — area della superficie di contatto

fra pezzo e mola abrasiva, cm^2 ; P — forza di pressione del pezzo sulla mola abrasiva, daN ; n—n. di giri/min. della mola abrasiva, giri/min ; D_{med} — diametro medio della superficie attiva della mola abrasiva del tipo a tazza, mm ; i — densità della corrente, A/cm^2 ; p — pressione di contatto fra pezzo e mola abrasiva, daN/cm^2 ; $v_{med.}$ — velocità media della mola abrasiva, m/s ; s_l — vantaggio longitudinale (di „oscillazione"), c.d/min ; h — altezza della superficie di contatto fra pezzo e mola abrasiva, mm ; C_s — costo specifico per i salari, lei/cm^3 ; f_D — frazione del costo specifico per la retribuzione ; f_G — frazione del costo specifico generale ; N_n — forza disponibile del motore per l'attrazione della mola abrasiva, kW ; η — rendimento meccanico della transmissione motore attrazione albero porta-mola abrasiva ; T_E — temperatura della soluzione di elettrolito, °C ; U — usura specifica della mola abrasiva, cm^3/cm^3 ; δ — deviazione dimensionale ammissibile, mm ; ρ — arrotondamento del bordo della superficie lavorata, μm; R_a —rugosità della superficie lavorata, μm ; D_3 — diametro esterno della superficie attiva della mola abrasiva del tipo tazza, mm ; l — la lunghezza (totale) del sotto-complesso albero porta mola abrasiva, mm ; a — lunghezza del perno di montaggio o sporgenza a sbalzo, mm ; E — modulo di elasticità longitudinale, N/mm^2 ; I_2 — momento d'inerzia, mm^4 ; Q — velocità di asportazione del materiale (produttività della lavorazione), cm^3/min ; P_N — forza normale, daN ; P_T — forza tangenziale, daN.

Affinchè il modello presentato possa diventare operante, è necessario determinare i modelli matematici per i criteri di valutazione dei risultati della rettifica elettrochimica-abrasiva, dato che la letteratura specializzata non offre dei modelli matematici che tengano conto dell'insieme delle condizioni di lavoro sottoposte all'otimizzazione [1], [3], [4], [6]...[10].

Il nostro lavoro presenta i risultati delle indagini teorico-sperimentali, effettuate nella Cattedra di machine-utensili dell' Istituto Politecnico di Iaşi sulla determinazione dei modelli matematici per i principali criteri di valutazione dei risultati della rettifica elettrochimica-abrasiva.

2. La forma dei modelli matematici proposti. Per i criteri della valutazione dei risultati del processo che entrano nella struttura del modello matematico per l'ottimizzazione delle principali condizioni di lavoro nella rettifica elettrochimica-abrasiva con pressione costante, sono stati proposti dei modelli matematici come segue :

(18) $$Q = C_Q i^{\alpha_Q} p^{\beta_Q} v^{\gamma_Q} s_l^{\varphi_Q} h^{\xi_Q}, \quad [\text{cm}^3/\text{min}],$$

(19) $$U = C_U i^{\alpha_U} p^{\beta_U} v^{\gamma_U} s_l^{\varphi_U} h^{\xi_U} \quad [\text{cm}^3/\text{cm}^3],$$

(20) $$P_T = C_{P_T} i^{\alpha_{PT}} p^{\beta_{PT}} v^{\gamma_{PT}} h^{\xi_{PT}} \quad [\text{daN}],$$

(21) $$P_N = C_{P_N} i^{\alpha_{PN}} p^{\beta_{PN}} v^{\gamma_{PN}} h^{\xi_{PN}} \quad [\text{daN}],$$

(22) $$T_E = C_{T_E} i^{\alpha_{TE}} p^{\beta_{TE}} v^{\gamma_{TE}} s_l^{\varphi_{TE}} h^{\xi_{TE}} \quad [°\text{C}],$$

(23) $$R_a = C_{R_a} i^{\alpha_{Ra}} p^{\beta_{Ra}} v^{\gamma_{Ra}} s_l^{\varphi_{Ra}} h^{\xi_{Ra}} \quad [\mu\text{m}],$$

(24) $$\rho = C_\rho i^{\alpha_\rho} p^{\beta_\rho} v^{\gamma_\rho} s_l^{\varphi_\rho} h^{\xi_\rho} \quad [\mu\text{m}].$$

Abbiamo preso in considerazione questa forma di relazioni empiriche, perchè, a nostro avviso, esprime in modo sintetico l'influenza delle condizioni di lavoro sottoposte all'ottimizzazione sui risultati del processo, essendo allo stesso tempo, abbastanza semplice per l'interpretazione e l'utilizzazione nei calcoli di progettazione e di ottimizzazione delle condizioni di lavoro.

Per altro, questa forma di relazioni si è imposta nell'affilatura degli utensili per ragioni ben determinate. Nelle relazioni più sopra indicate bisogna determinare le costanti e i rispettivi esponenti (identificazione parziale), nella maniera più precisa possibile, e con un costo dell'indagine più ridotto.

3. L'identificazione parziale dei modelli matematici proposti. 3.1. *Il metodo di identificazione utilizzato.* Per l'identificazione parziale dei modelli matematici proposti si è adoperato il metodo più diffuso di approssimazione matematica e cioè il metodo dei più piccoli quadrati [11], [12]. Per l'applicazione del metodo in questa situazione, sono necesarie alcune modifiche che portino le relazione (18)...(24) sotto forma di serie di potenze.

Portando in forma logaritmica le relazioni (18)...(24), si ottengono le seguenti funzioni lineari :

(25) $\lg Q = \lg C_Q + \alpha_Q \lg i + \beta_Q \lg p + \gamma_Q \lg v + \varphi_Q \lg s_l + \xi_Q \lg h,$

(26) $\lg U = \lg C_U + \alpha_U \lg i + \beta_U \lg p + \gamma_U \lg v + \varphi_U \lg s_l + \xi_U \lg h,$

(27) $\lg P_T = \lg C_{P_T} + \alpha_{P_T} \lg i + \beta_{P_T} \lg p + \gamma_{P_T} \lg v + \varphi_{P_T} \lg s_l + \xi_{P_T} \lg h,$

(28) $\lg P_N = \lg C_{P_N} + \alpha_{P_N} \lg i + \beta_{P_N} \lg p + \gamma_{P_N} \lg v + \varphi_{P_N} \lg s_l + \xi_{P_N} \lg h,$

(29) $\lg T_E = \lg C_{T_E} + \alpha_{T_E} \lg i + \beta_{T_E} \lg p + \gamma_{T_E} \lg v + \varphi_{T_E} \lg s_l + \xi_{T_E} \lg h,$

(30) $\lg R_a = \lg C_{R_a} + \alpha_{R_a} \lg i + \beta_{R_a} \lg p + \gamma_{R_a} \lg v + \varphi_{R_a} \lg s_l + \xi_{R_a} \lg h,$

(31) $\lg \rho = \lg C_\rho + \alpha_\rho \lg i + \beta_\rho \lg p + \gamma_\rho \lg v + \varphi_\rho \lg s_l + \xi_\rho \lg h.$

Notando

$$Q = Z\ ;\ U = Z\ ;\ P_T = Z\ ;\ P_N = Z\ ;\ T_E = Z\ ;\ R_a = Z\ ;\ \rho = Z\ ;$$

$$\lg Q = y\ ;\ \lg U = y\ ;\ \lg P_T = y\ ;\ \lg P_N = y\ ;\ \lg T_E = y\ ;\ \lg R_a = y\ ;\ \lg \rho = y$$

(certamente, si tratta di una Z e di una y generica, per ridurre in seguito la scrittura),

$$i = w_1\ ,\ p = w_2\ ,\ v = w_3\ ,\ s_l = w_4\ ,\ h = w_5\ ;$$

$$\lg i = u_1\ ,\ \lg p = u_2\ ,\ \lg v = u_3\ ,\ \lg s_l = u_4\ ,\ \lg h = u_5$$

e sviluppando ciascuna funzione in serie Taylor, intorno al punto rispondente al centro della regione sperimentalle e considerando 10 sviluppo soltanto fino ai termini di interdipendenza, si ottengono delle relazioni con la forma :

(32) $$y = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{5} \alpha_i \overset{\circ}{u}_i + \sum_{i=1}^{5-1} \sum_{j=i+1}^{5} \alpha_{ij} \overset{\circ}{u}_i \overset{\circ}{u}_j.$$

Abbiamo ricorso a questi sviluppo della funzione per fare anche un'analisi del peso dei termini di interdipendenza, benchè le condizioni di lavoro sottoposte all'ottimizzazione siano grandezze fisiche indipendenti e i modelli, grazie ai motivi presentati, abbiano la forma specificata.

Nella relazione (32), u_i sono variabili centrate in rapporto con il centro della regione sperimentale coordinate (u_{10}, u_{20}, u_{30}, u_{40}, u_{50}). Dunque i modelli matematici dei criteri considerati sono rappresentati tramite serie di potenze.

I coefficienti α_0, α_i, α_{ij} non sono noti e in base ai dati sperimentali si possono determinare soltanto le loro stime. Notando queste stime con a_0, a_i, a_{ij}, le rispettive relazioni diventano

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{5} a_i \overset{\circ}{u}_i + \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=i+1}^{5} a_{ij} \overset{\circ}{u}_i \overset{\circ}{u}_j. \tag{33}$$

Tramite la „codificazione" delle variabili indipendenti secondo una relazione della forma

$$x_i = \frac{2(\lg w_i - \lg w_{i_{mas}})}{(\lg w_{i_{mas}} - \lg w_{i_{min}})} + 1, \tag{34}$$

nella quale : $w_{i_{mas}}$ —il valore massimo della variabile indipendente nella regione sperimentale ; $w_{i_{min}}$ — il valore minime della variabile indipendente nella regione sperimentale, le relazioni della forma (33) diventano

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{5} b_i x_i + \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=i+1}^{5} b_{ij} x_i x_j. \tag{35}$$

L'impiego delle variabili centrate e normate („codificate") porta a una riduzione notevole dei calcoli numerici, mentre i coefficienti calcolati in queste condizioni diventano comparabili, perchè hanno la stessa unità di misura.

In conformità con il metodo dei più piccoli quadrati, la deviazione quadratica dei valori y calcolati dai valori $\overset{*}{y}_k$ ottenuti nell'esperimento per gli stessi valori delle variabili indipendenti, deve essere minima [2], [11], [12]:

$$\varepsilon = \sum_{k=1}^{N} (\overset{*}{y}_k - y) = \min, \tag{36}$$

nella quale N — il numero delle misurazioni (delle esperienze).

Certamente si presuppone attuata la condizione che le misurazioni delle variabili dipendenti siano fatte con la stessa precisione, ciascuna in modo indipendente rispetto all'altra, mentre gli errori di misurazione debbano ubbidire una ripartizione normale. Abbiamo tenuto conto di queste osservazioni organizzando e realizzando il nosto esperimento. Per la situazione data, la condizione (36) diventa

$$\varepsilon = \sum_{k=1}^{N} \left(\overset{*}{y}_k - b_0 - \sum_{i=1}^{5} b_i x_{i_k} - \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=i+1}^{5} b_{ij} x_{i_k} x_{j_k} + \ldots \right) = \min. \tag{37}$$

Tavola 1

Livelli delli variabili indipendenti	U_j										x_i
	i $\frac{A}{cm^2}$	lg i	p $\frac{daN}{cm^2}$	lg p	v $\frac{m}{s}$	lg v	s_l $\frac{cd}{min}$	lg s_l	h mm	lg h	
mas.	140	2,14612	11,88	1,07481	29,72	1,47304	24	1,38021	14,0	1,14612	+1
med.	70	1,84509	5,94	0,77378	14,86	1,17201	12	1,07918	7,0	0,84509	0
min.	35	1,54406	2,97	0,47275	7,43	0,87098	6	0,77815	3,5	0,54406	−1
Δ_i	—	0,30103	—	0,30103	—	0,30103	—	0,30103	—	0,30103	—

Tavola 2

Nr.	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_3$	$x_1 \cdot x_4$	$x_1 \cdot x_5$	$x_2 \cdot x_3$	$x_2 \cdot x_4$	$x_2 \cdot x_5$	$x_3 \cdot x_4$	$x_3 \cdot x_5$	$x_4 \cdot x_5$	Q^* $\frac{cm^3}{min}$	$y^* = \lg Q^*$
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	−1	−1	−1	−1	1	1	1	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1	0,060	−1,22184
2	1	1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	1	1	1	1	1	1	0,092	−1,03621
3	1	−1	1	−1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	−1	−1	1	1	1	0,092	−1,03621
4	1	1	1	−1	−1	1	1	−1	−1	1	−1	−1	1	1	−1	−1	0,108	−0,96657
5	1	−1	−1	1	−1	−1	1	−1	1	1	−1	1	1	−1	−1	1	0,075	−1,12493
6	1	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	−1	1	−1	0,091	−1,04095
7	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	0,091	−1,04095
8	1	1	1	1	−1	−1	1	1	−1	−1	1	−1	−1	−1	−1	1	0,123	−0,91009
9	1	−1	−1	−1	1	−1	1	1	−1	1	1	−1	1	−1	1	−1	0,055	−1,25963
10	1	1	−1	−1	1	1	−1	−1	1	1	1	−1	−1	−1	−1	1	0,071	−1,14874
11	1	−1	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1	−1	1	1	−1	−1	1	0,071	−1,14874
12	1	1	1	−1	1	−1	1	1	1	−1	−1	1	−1	−1	1	−1	0,103	−0,98716
13	1	−1	−1	1	1	1	1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	1	1	1	0,054	−1,26760
14	1	1	−1	1	1	−1	−1	1	1	−1	−1	−1	1	1	−1	−1	0,086	−1,06550
15	1	−1	1	1	1	−1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	1	−1	−1	0,086	−1,06550
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,102	−0,99139
17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,079	−1,10237
18	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,082	−1,08618
19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,082	−1,08618
20	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,080	−1,09691
21	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,080	−1,09691
22	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,081	−1,09151
$\sum_{1}^{22} x_{ik}$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		

Per determinare i coefficienti delle relazioni della forma (37) si è organizzato e realizzato un esperimento adatto.

3.2. *L'organizzazione dell'esperimento.* Per organizzare l'esperimento si è utilizzato un metodo ottimizzato di ricerca e cioè il metodo dell'esperimento plurifattoriale attivo programmato del tipo compositivo-rotabile parzialmente (di ordine II, a trei livelli) [2], [11] ecc.

L'applicazione del metodo per l'esperimento proposto si giustifica pienamente se si tiene conto che vengono utilizzate come provini delle placchette di leghe dure sinterizzate (carburi metallici) mentre le mole abrasive sono formate con granului di diamante, che con è ben noto, sono costosi. Il metodo permette il calcolo delle grandezze di uscita con dispersione uguale in tutti i punti dello spazio multidimensionale delle grandezze di entrata, fatto che costituisce un grande vantaggio per l'utilizzazione dei modelli matematici ottenuti.

Il numero totale delle esperienze N necessarie si riduce a

$$N=2^{5-1}+6=22 \text{ esperienze,}$$

rispetto a $N=3^3=243$ esperienze che avrebbero potuto essere necessarie in un esperimento plurifattoriale totale a tre livelli.

Per il processo studiato, i livelli delle variabili indipendenti, in valori naturali e logaritmici, le variabili indipendenti centrate e normate corrispondenti, cosi come le unità di variazioni logaritmate delle grandezze di entrata sono presentate nella Tavola 1.

I livelli limite sono stati determinati dalle loro possibilità di materializzazione sull'impianto di rettifica elettrochimica-abrasiva (con gli adequamenti necesari) utilizzato per le ricerche. Il programma dell'esperimento per la situazione studiata da noi è presentato nella Tavola II.

Tenendo conto delle trasformazioni logaritmiche sopra ricordate, osserviamo che i valori logaritmati vengono considerati come grandezze di uscita dal processo.

Ricevuto al 27 Ottobre 1980

Istituto Politechnico, Jassy.
Cattedra di Macchine Ustensili

BIBLIOGRAFIA

1. Абасов В.А., Терещенко Л.М., *Силы резания при электролитическом алмазом шлифовании чящечным кругом специальноu конструкции.* Вест. машиност., *8*, 66—69 (1975).
2. Adler Yu. P., Markova E.V., Granovski Yu. V., *The Design of Experiments to find Optimal Conditions.* Mir Publishers, Moscow, 1975.
3. Балошов Ю. А., *Электролитическое алмазное шлифования.* Ст. и инстр., *3*, 23—25 (1966).
4. Becker—Barbrock U., Dissertation, T.H. Aachen, 1966.
5. Caşler Gh., Gherghel N., *Modello matematico per l'otimizzazione delle principali condizioni di lavoro nela rettifica elettrochimica abrasiva.* Macchine, *9*, 137—144 (1977)
6. Kaczmarek J., Zachwieja T., *Investigations on the Material Removal Rate by Electrochemical Grinding of Cutting Tool Materials Independence on the Properties of Grinding Wheel.* Internat. J. Machine Tool. Design and Research, *1* (1966).
7. Marten K.H., Dissertation, T.H. Braunschweig, 1967.

8. Marten K.H., Wolfsburg K.H., *Grundlagen und Praxis des elektrochemischen Schleifens von Hartmetall.* Werkstatt und Betrieb, *10*, 615–620 (1968).
9. Mis Fr., *Elektrochemiczne szlifowanie astrzy narzedzi z weglikow spiekanych.* Mechanik, *9*, 494–497 (1972).
10. Pahlitzsch G., Wisser A., *Elektrochemisches Schleifen von Hartmetall.* Ann. C.I.R.P., *3*, 229–237, 238 (1967).
11. Penescu C., Ionescu G., Tertișco M., Ceangă E., *Identificarea experimentală a proceselor automatizate.* Ed. tehn., Buc., 1971.
12. Tiron M., *Teoria erorilor de măsurare și metoda celor mai mici pătrate.* Ed. tehn., Buc., 1972.

MODELE MATEMATICE PENTRU PRINCIPALELE CRITERII DE EVALUARE A PERFORMANȚELOR LA RECTIFICAREA ELECTROCHIMICĂ-ABRAZIVĂ CU APĂSARE CONSTANTĂ A ALIAJELOR DURE SINTERIZATE

(Rezumat)

Se prezintă metodologia de elaborare a unor modele matematice de formă politropică pentru principalele criterii de evaluare a performanțelor proceselor de rectificare (ascuțire) electrochimică-abrazivă cu apăsare constantă și anume : viteza de îndepărtare a materialului (productivitatea prelucrării) Q cm^3/min. ; forța normală de așchiere P_N, daN; forța tengențială de așchiere P_T, daN; temperatura soluției de electrolit T_E, °C ; uzura specifică a discului abraziv U, cm^3/cm^3 ; rugozitatea suprafețelor prelucrate R_a, μm și rotunjirea muchiilor ρ, μm. Aceste modele țin seama de densitatea de curent i, A/cm^2 ; presiunea de contact p, daN/cm^2 ; viteza periferică a discului abraziv v, m/s ; avansul longitudinal s_l, c.d/min și înălțimea suprafeței de contact h, mm.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tom. XXVII (XXXI), Fasc. 1—2 1981
Secția IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.Z. 620.178.16

INFLUENȚA UZURII FREZELOR FRONTALE ASUPRA RUGOZITĂȚII SUPRAFEȚELOR PRELUCRATE

DE

CAZIMIR BOHOSIEVICI și V. TĂTARU

1. Introducere. Rugozitatea suprafețelor pieselor de mașini se evaluează, după cum se știe, cu ajutorul unor parametri fizici și statistici standardizați (STAS 5730/1—75), care caracterizează profilul efectiv al suprafeței, rezultat prin intersecția suprafeței efective cu un plan normal la suprafața nominală.

Profilul efectiv al suprafeței nu poate fi totuși caracterizat în mod complet prin parametrii de profil R_z, R_a, R_{max} etc. deoarece acești parametri nu oferă informații asupra structurii profilului, nu pun în evidență existența componentelor periodice și a celor aleatorii, conținute în profil [1]...[3]. Pentru aprecierea comportării funcționale a suprafețelor, în cazuri determinate este necesar să fie caracterizate calitativ și cantitativ componentele periodice și cele aleatorii ale profilului.

Informații relativ complete asupra structurii profilului efectiv al suprafeței se obțin prin determinarea unor caracteristici statistice ale profilului și anume funcția de autocorelație și funcția densității spectrale de putere. În lucrările [4], [1], [3] se prezintă clasificarea tipologică a suprafețelor prelucrate prin așchiere, după tipul funcției de autocorelație caracteristice a profilului.

Determinarea funcțiilor de autocorelație și a funcțiilor densității spectrale de putere pentru profilele suprafețelor plane frezate cu freze frontale tip ROMASCON [1] a arătat că profilele acestor suprafețe sînt formate din componente cu caracter periodic pe care sînt suprapuse componente cu caracter aleatoriu ale rugozității.

Lucrarea de față are ca obiect determinarea influenței uzurii dinților frezei frontale ROMASCON asupra structurii profilului efectiv al suprafeței frezate, evaluată pe baza analizei funcțiilor de autocorelație și a funcțiilor densității spectrale de putere.

2. Metodica cercetării. Probele din oțel aliat pentru scule C120 STAS 3 611—66 au fost frezate cu o freză frontală tip ROMASCON cu Ø 120 mm și 13 dinți armați cu plăcuțe din carburi metalice P30, pe mașina de frezat verticală FV32. Regimul de așchiere utilizat a fost următorul: adîncimea de așchiere $t=1$ mm ; avansul pe rotație $s=0{,}25$ mm/rot ; viteza de așchiere $v_p=3{,}77$ m/s.

Pentru a se constata influența uzurii dinților frezei asupra rugozității suprafeței, s-a măsurat parametrul R_a al rugozității pe profilograful-profilometru model 252 al uzinei Kalibr—U.R.S.S., în diferite zone pe lungimea probei frezate. Aceasta a permis determinarea variației parametrului R_a funcție de lungimea drumului de așchiere L, parcurs de fiecare dinte în materialul prelucrat (tabelul 1).

Lungimea drumului de așchiere L, în metri, s-a calculat cu relația

$$(1) \qquad L = 2\frac{\pi D\psi}{360}\frac{l}{1\,000s} \quad [\text{m}],$$

în care : D este diametrul frezei ; ψ — unghiul de contact al frezei cu proba prelucrată, grade ; l — lungimea de frezare, mm ; s — avansul, mm/rot. În relația (1) s-a introdus factorul 2 deoarece dinții frezei au așchiat și în partea posterioară, pe suprafața deja prelucrată.

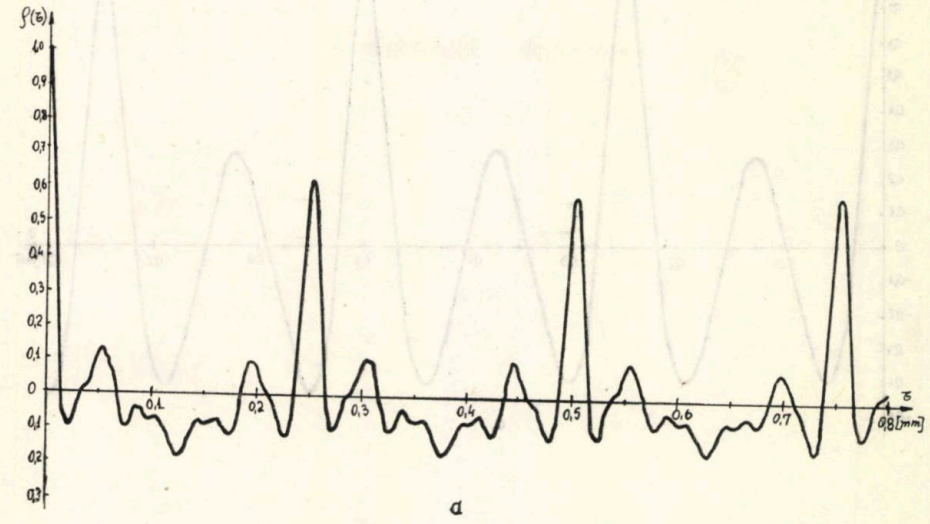
În zonele în care a fost măsurată rugozitatea R_a s-au înregistrat pe profilograful-profilometru cîte trei profilograme în aceeași zonă, după care ordonatele fiecărei profilograme au fost digitalizate la fiecare 5 μm de deplasare longitudinală a palpatorului profilografului-profilometru. Lungimea profilului studiat a fost de 2,5 mm, astfel încît pe fiecare profilogramă înregistrată au fost digitalizate 500 ordonate. Digitalizarea s-a efectuat cu ajutorul dispozitivului Digitizer al calculatorului Hewlett Packard 9845 A.

Cu ajutorul unui program în limbaj BASIC, la calculatorul menționat s-au calculat valorile funcțiilor de autocorelație normate pentru fiecare din cele trei profilograme înregistrate în aceeași zonă, precum și valorile medii aritmetice ale celor trei funcții calculate. În cadrul aceluiași program de calcul s-a prevăzut și determinarea funcției densității spectrale de putere, prin transformarea Fourier a funcției de autocorelație normate, cu aplicarea funcției fereastră Hamming [5]. Schema logică de calcul a funcțiilor de autocorelație și a funcțiilor densității spectrale a fost prezentată în lucrarea [1]. În tabelul 1 se indică valorile dispersiilor normate ale componentelor aleatorii și ale componentelor periodice ale profilului.

Tabelul 1

Nr. zonei de măsurare	Timp de frezare min	Lungimea drumului de așchiere m	Rugozitatea R_a μm	Componente aleatorii	Componente periodice
1	0	0	0,28	0,36	0,64
2	1,7	126	1,09	0,14	0,86
3	3,4	252	0,74	0,12	0,88
4	4,5	321	4,57	0,30	0,70

În figurile 1...3 se prezintă graficele funcțiilor de autocorelație normate medii și ale densității spectrale de putere, obținute direct la înregistratorul grafic (plotter) al calculatorului Hewlett Packard 9845 A.



a

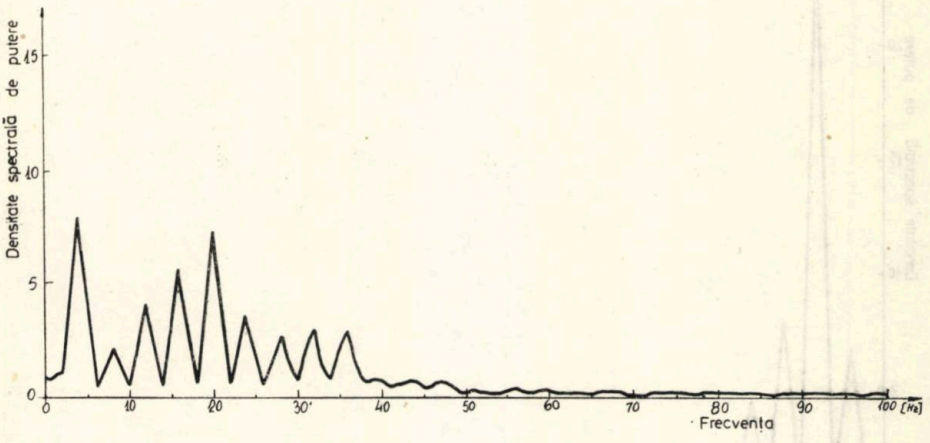


Fig. 1 — Funcţia de autocorelaţie normată (*a*) şi funcţia densităţii spectrale (*b*) pentru zona *1* (drumul de aşchiere $L \approx 0$ m).

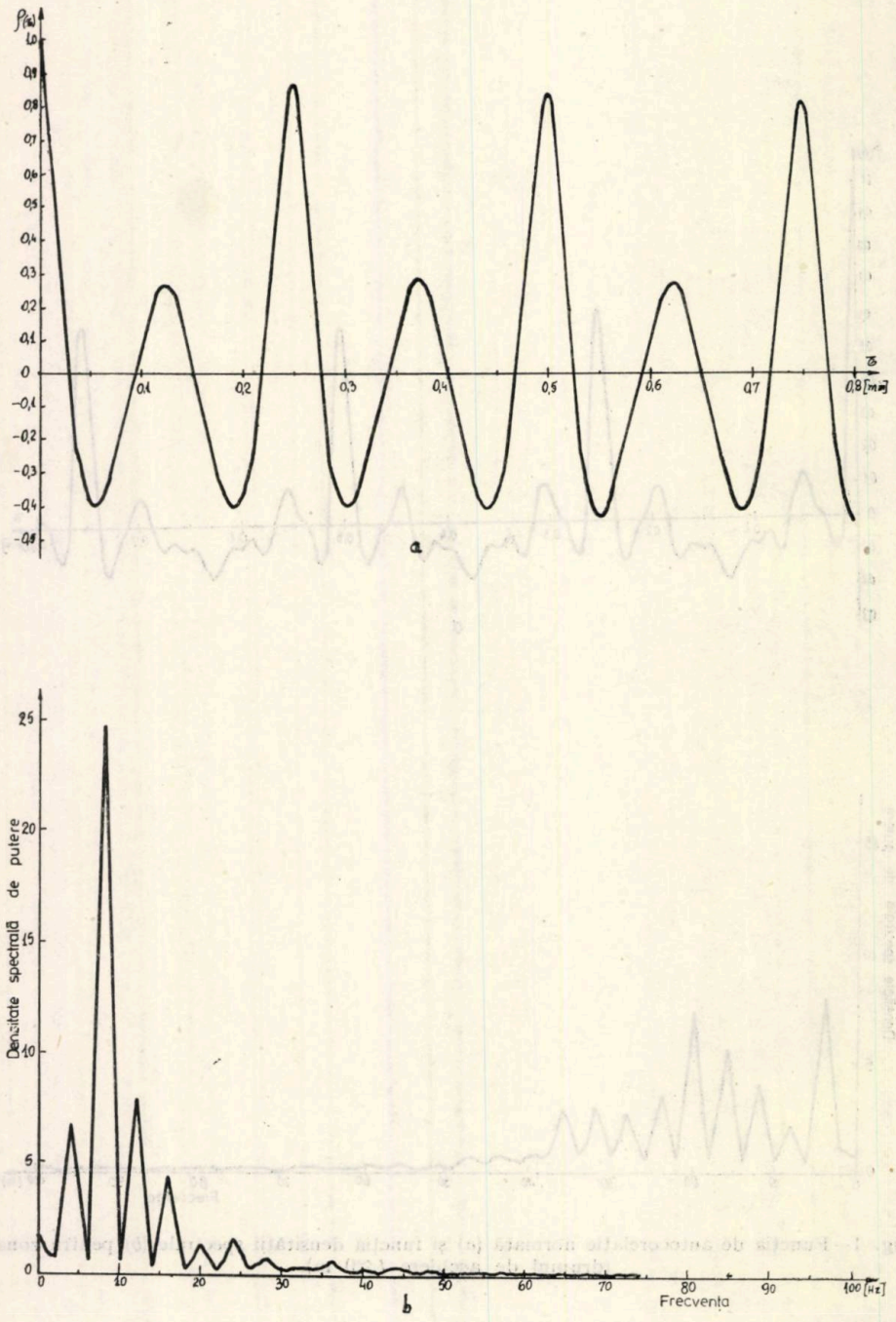


Fig. 2 — Funcția de autocorelație normată (*a*) și funcția densității spectraiă (*b*) pentru zona *3* (drumul de aşchiere $L = 252$ m).

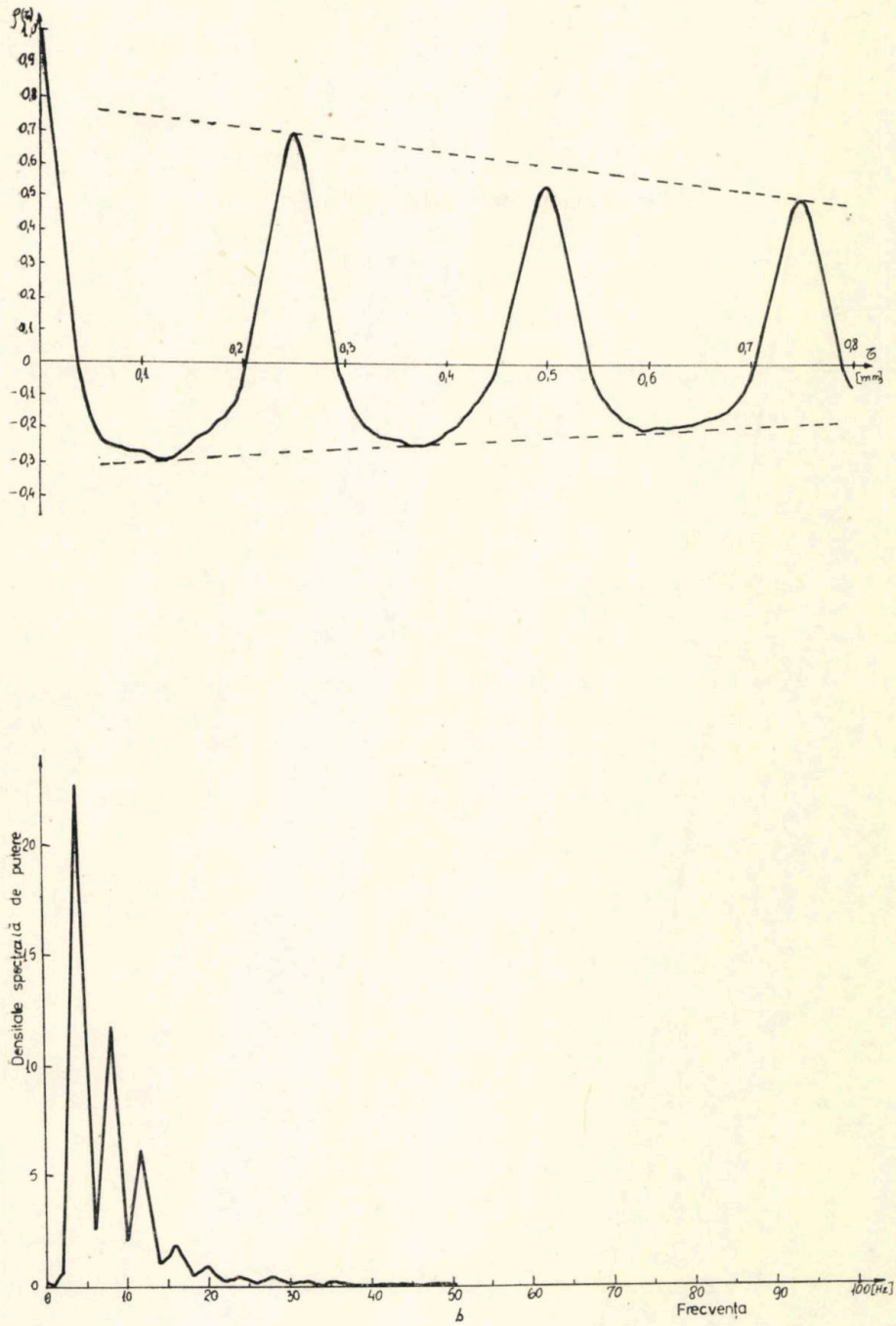
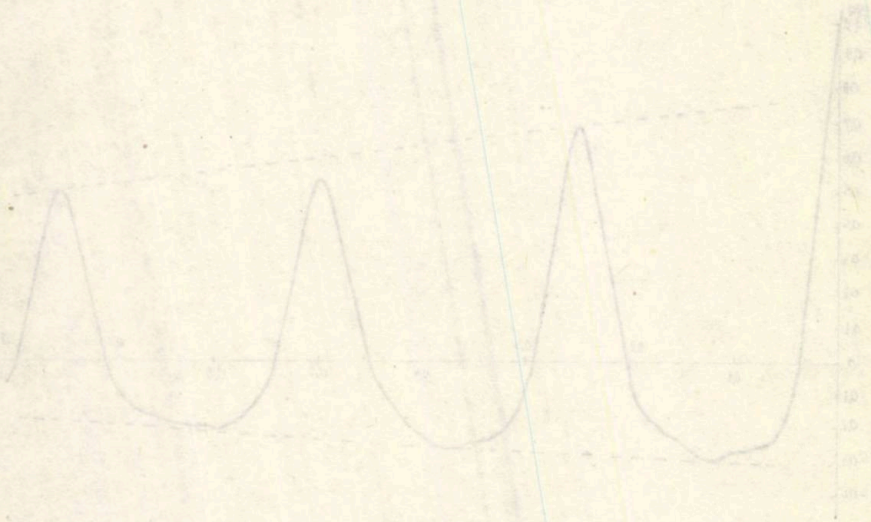


Fig. 3 — Funcția de autocorelație normată (*a*) și funcția densității spectrale (*b*) pentru zona 4 (drumul de așchiere $L = 321$ m).



3. Discutarea rezultatelor obținute. Analiza datelor din tabelul 1 și a diagramelor obținute conduce la următoarele constatări.

Odată cu mărirea lungimii drumului de așchiere și deci cu creșterea uzurii dinților frezei, rugozitatea suprafeței frezate se mărește de la 0,28 μm pînă la 4,57 μm. Pentru valoarea finală a drumului de așchiere $L=321$ m, s-a constatat formarea unei fațete de uzură de 1,5...1,8 mm pe tăișul de trecere al dinților și așchierea a fost oprită din cauza încălzitii intense a suprafeței frezate. Curbele funcțiilor de autocorelație și a funcțiilor densității spectrale indică existența mai multor componente periodice și aleatorii în profilul suprafeței. Odată cu mărirea lungimii drumului de așchiere se constată o creștere evidentă a ponderii componentelor periodice în profilul suprafeței, la primele trei zone de măsurare a rugozității.

Pe diagramele funcțiilor de autocorelație din fig. 1 și fig. 2 atenuarea componentelor periodice este neînsemnată, ceea ce înseamnă că procesul de frezare a decurs în condiții stabile, cu vibrații axiale și radiale mici și fără o influență semnificativă a depunerilor pe tăiș.

Dimpotrivă, în cazul unei uzuri mari a dinților frezei (zona 4) se constată o atenuare marcată a amplitudinii componentelor periodice din funcția de autocorelație, indicată de curba înfășurătoare cu linie întreruptă în fig. 3. Această atenuare observată pe funcția de autocorelație se explică prin vibrațiile intense care au apărut în condițiile unei uzuri accentuate a dinților frezei.

Analiza curbelor densității spectrale arată că pe măsură ce se mărește rugozitatea suprafeței datorită creșterii uzurii dinților frezei, se produce mărirea accentuată a dispersiei componentelor de joasă frecvență ale profilului. Prin urmare, în cazul măririi uzurii dinților sculei așchietoare contribuția componentelor periodice de joasă frecvență la formarea dispersiei totale a profilului devine tot mai accentuată.

4. Concluzii. Cercetările efectuate au permis să se stabilească influența uzurii dinților frezelor frontale asupra rugozității suprafețelor și a structurii profilului suprafețelor.

S-a constatat că mărirea uzurii dinților frezei atrage după sine atît mărirea rugozității suprafeței, cît și creșterea ponderii componentelor periodice în profilul suprafeței precum și sporirea aportului componentelor periodice de joasă frecvență la formarea dispersiei totale a profilului. Este de remarcat utilitatea folosirii funcțiilor de autocorelație și a funcției densității spectrale în cercetările asupra rugozității suprafeței, aceste caracteristici statistice avînd un înalt conținut informațional și oferind informații care nu s-ar fi putut obține prin simpla măsurare a parametrului de rugozitate R_a.

Primită la 11 noiembrie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia construcției de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Bohosievici C., *Contribuții la studiul rugozității suprafețelor frezate cu freze frontale.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1980.
2. Whitehouse D.J. e. al., *Assessment of Surface Typology Analysis Techniques in Turning.* Annals of the CIRP, 23, 2 (1974).

3. Bohosievici C., *Aplicarea teoriei funcțiilor aleatorii la studiul rugozității suprafețelor prelucrate prin așchiere*. In „Creația tehnică și fiabilitatea în construcția de mașini", Iași, 1980.
4. Peklenik J., *Neuere statistische Verfahren zur topographischen Erfassung von Oberflächen*. Werksttatstechnik-Z. ind. Fertig., **59**, *11* und *12* (1969).
5. Blackman R.B., Tukey J.W., *The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communications Engineering*. Bell Syst. Techn. J., *1* & *2* (1958).

ВЛИЯНИЕ ИЗНОСА ТОРЦОВЫХ ФРЕЗ НА ШЕРОХОВАТОСТЬ ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

(Резюме)

При фрезеровании плоских поверхностей торцовой фрезой со вставными твердосплавными ножами, типа РОМАСКОН, исследовалось влияние износа зубьев фрезы на шероховатость поверхности и на структуру профиля поверхности.

На основании определения корреляцционной функиии и спектральной плотности для обработанных поверхностей установлено что увеличение износа зубьев фрезы приводит к увеличению вклада периодической составляющей низкой частоты в формирование дисперсии всего профиля.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.Z.621.01

METODĂ PENTRU AMPLASAREA RAŢIONALĂ A MAŞINILOR ÎN CAZUL PRODUCŢIEI DE SERIE MICĂ

DE

CORNELIU VELIŞCU şi NICULAE I. MIHAI

Scopul metodelor de amplasare a maşinilor este de a găsi o schemă teoretică de amplasare, astfel încît deplasarea pieselor să se facă pe un drum cît mai scurt şi continuu, asigurînd folosirea eficientă a mijloacelor de ridicat şi transportat. În literatura de specialitate [2], [3], [5]...[7] sînt tratate mai multe metode de optimizare a amplasării maşinilor.

Prezentăm în continuare o metodă nouă de amplasare a maşinilor, mai eficientă decît metodele cunoscute, dar ceva mai laborioasă.

Micşorarea distanţelor de transport a reperelor în procesul realizării lor se face pe baza analizei relaţiilor de transport dintre maşinile-unelte. În ordonanţarea lor folosim relaţii matematice care exprimă condiţii de optimizare.

Datele problemei se sistematizează într-un tabel de formă triunghiulară (fig. 1) în care R_{ik} este numărul relaţiilor dintre maşinile i şi k iar

$$A_i = \sum_{j=1}^{j=i-1} R_{ij}, \qquad B_i = \sum_{j=i+1}^{j=n} R_{ij};$$

i şi j aparţinînd mulţimii M a maşinilor.

Dacă facem astfel încît căsuţele ocupate cu R_{ik} relaţii să fie cît mai aproape de coloana maşinilor, maşinile i şi k se vor apropia iar suma totală a distanţelor ce trebuie să le parcurgă piesele în procesul prelucrării lor va fi minimă. Aceste observaţii cu caracter practic stau la baza metodei noastre. Aspectele teoretice generale ale amplasării raţionale a maşinilor sînt formulate în literatura de specialitate [1] şi ele pot fi rezumate astfel:

a) dacă o maşină j are R relaţii cu o maşină i şi R' relaţii cu o maşină k, cel mai avantajos este ca maşina j să fie amplasată în imediata apropiere a maşinii cu care are mai multe relaţii;

b) o maşină este bine amplasată, atunci cînd numărul relaţiilor A_i ce le are cu maşinile dinaintea ei este egal cu numărul relaţiilor B_i ce le are cu maşinile de după ea.

Avînd în vedere considerentele de mai sus, pentru a se aprecia direcţia în care trebuie deplasată o anumită maşină, se marchează fiecare maşină cu săgeţi sau asterisc, după următoarea regulă:

1° dacă $A_i > B_i$ — cu o săgeată cu sensul de jos în sus;

2° dacă $A_i < B_i$ — cu o săgeată cu sensul de sus în jos ;

3° dacă $A_i = B_i$ — cu asterisc.

Astfel organizat acest tabel al relațiilor, se poate începe optimizarea succesiunii mașinilor.

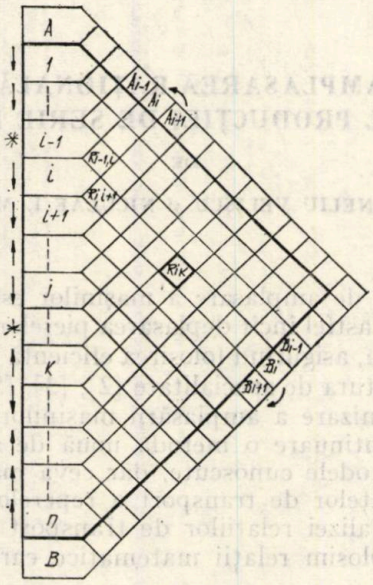


Fig. 1

Etapa I. Schimbarea poziției unor mașini fără ca sumele A_i și B_i să se schimbe.

Unei mașini i se poate schimba nivelul de amplasare în sensul arătat de săgeată fără ca valorile sumelor A_i și B_i să se schimbe, dacă căsuțele intervalului ascendent sau descendent care pleacă de la mașina respectivă sînt neocupate. Cu alte cuvinte mașina respectivă va fi deplasată în sensul săgeții pînă lîngă mașina cu care are relații.

Etapa II. Optimizarea succesiunii mașinilor consecutive marcate cu săgeți de același sens. În aceste submulțimi intră și mașinile cu asterisc care se găsesc între două mașini cu săgeți de același sens.

În general, considerînd două mașini i și $i+1$ (fig. 1), ordinea lor de amplasare este optimă dacă se respectă relația

$$2R_{i,\,i+1} \geqslant (A_{i+1} - A_i) + (B_i - B_{i+1}). \tag{1}$$

În cadrul submulțimilor menționate, verificarea și schimbarea pozițiilor relative se începe cu ultimile mașini avînd în vedere direcția săgeților. După fiecare modificare se face un nou tabel de forma celui din fig. 1 și se calculează mărimile A_i și B_i.

Etapa III. În cadrul acestei etape se pot întîlni trei situații :

a) optimizarea poziției a două mașini cu săgeți convergente, caz în care verificarea se face tot cu relația (1) ;

b) optimizarea pozițiilor a două mașini dintre care una cu săgeată iar cealaltă cu asterisc, săgeata fiind îndreptată spre mașina cu asterisc; cînd $B_i > A_i$ și $A_{i+1} = B_{i+1}$, relația (1) devine

$$2R_{i,\,i+1} \geqslant B_i - A_i, \tag{2}$$

iar cînd $A_{i+1} > B_{i+1}$ și $A_i = B_i$ relația (1) devine

$$2R_{i,\,i+1} \geqslant A_{i+1} - B_{i+1}; \tag{3}$$

c) optimizarea pozițiilor relative a trei mașini și anume : două mașini marcate cu săgeți contrare care converg spre o mașină cu asterisc ($A_i < B_i$;

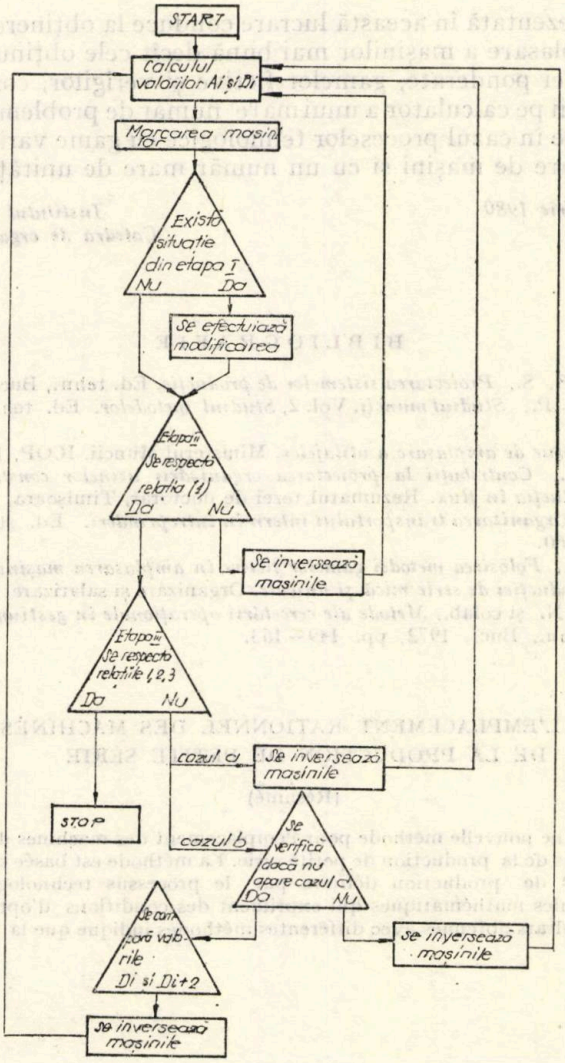


Fig. 2

$A_{i+1}=B_{i+1}$; $A_{i+2}>B_{i+2}$) și nici una din relațiile (2) și (3) nu se respectă ; în acest caz se compară valorile diferențelor următoare

$$D_i=B_i-A_i-2R_{i,\,i+1},$$

$$D_{i+2}=A_{i+2}-B_{i+2}-2R_{i+1,\,i+2}.$$

Dacă $D_i>D_{i+2}$ se inversează pozițiile mașinilor i și $i+1$; dacă $D_i<D_{i+2}$ se inversează pozițiile mașinilor $i+1$ și $i+2$.

Succesiunea mașinilor se consideră optimă în momentul în care se constată că relația (1) este adevărată pentru orice valoare a lui i. În caz contrar se reia analiza parcurgînd aceleași etape (vezi schema bloc din fig. 2).

Metoda prezentată în această lucrare conduce la obținerea unei scheme teoretice de amplasare a mașinilor mai bună decît cele obținute cu metodele diagonalei, mediei ponderate, gamelor fictive și verigilor, concluzie întărită în urma verificării pe calculator a unui mare număr de probleme de amplasare. Eficiența ei crește în cazul proceselor tehnologice cu game variate de operații, cu un număr mare de mașini și cu un număr mare de unități de transport.

Primită la 4 noiembrie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de organizare și conducere

BIBLIOGRAFIE

1. Elmagraby E, S., *Proiectarea sistemelor de producție.* Ed. tehn., Buc., 1968, pp. 39—57.
2. Hidoș C., Isac P., *Studiul muncii.* Vol. 2, *Studiul metodelor.* Ed. tehn., Buc., 1972, pp. 69—91.
3. * * * *Metode moderne de amplasare a utilajelor.* Ministerul Muncii, ICOP, 1971.
4. Popovici Al., *Contribuții la proiectarea organizării uzinelor constructoare de mașini cu producția în flux.* Rezumatul tezei de doctorat, Timișoara, 1973.
5. Rebedea C., *Organizarea transportului intern în întreprinderi.* Ed. șt., Buc., 1973, pp. 139—160.
6. Stoicescu M., *Folosirea metodei gamelor fictive în amplasarea mașinilor unelte în condițiile producției de serie mică și unicate.* Organizare și salarizare, *1* (1969).
7. Teodorescu N. și colab., *Metode ale cercetării operaționale în gestiunea întreprinderilor.* Ed. tehn., Buc., 1972, pp. 149—163.

MÉTHODE POUR L'EMPLACEMENT RATIONNEL DES MACHINES DANS LE CAS DE LA PRODUCTION DE PETITE SÉRIE

(Résumé)

On présente une nouvelle méthode pour l'emplacement des machines dans une succession rationnelle dans le cas de la production de petite série. La méthode est basée sur l'analyse successive des „relations" de production définies par le processus technologique et également elle utilise des formules mathématiques qui expriment des conditions d'optimum. Une étude comparative des résultats obtenues avec différentes méthodes indique que la méthode présentée est plus efficace.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tom. XXVII (XXXI), Fasc. 1—2 1981
Secția IV
MECANICĂ APLICATĂ

Prof. dr. doc. ing. CORNELIU I. DRĂGAN

(1910—1981)

Scumpul nostru coleg, președintele Cercului teritorial TMM—CJIT—IFToMM, profesor dr. docent în științe și profesor consultant la Institutul politehnic „Gheorghe Asachi" din Iași, nu mai este printre noi!

O boală necruțătoare l-a smuls din această viață, în ziua de 27 ianuarie 1981.

Corneliu I. Drăgan s-a născut la 28 noiembrie 1910 la Hîrlău. Părinții săi, ambii institutori, s-au îngrijit cu dragoste de educația copilului lor care, după ce a terminat liceul și bacalaureatul la liceul „August Treboniu Laurian" din Botoșani, s-a înscris la Facultatea de științe din București, secția matematici, pe care o termină în 1936. Se înscrie în continuare la Școala politehnică din București, obținînd în 1941 diploma de inginer electromecanic. A depus o muncă titanică în cadrul căii ferate, unde a activat de la 01 august 1941 pînă în 15 noiembrie 1952, începînd ca fochist pe locomotivă, apoi ca mecanic, șef de tură, șef de depou refacerea materialului rulant. Muncă pe care structura-i fizică firavă nu a putut-o suporta și medicii l-au obligat să se îndrepte spre alte locuri de muncă unde capacitatea sa intelectuală urma să transforme energia potențială a științei acumulate prin studiile strălucite în flacăra dascălului dăruit acestei meserii și a creației valoroaselor lucrări apreciate în mod deosebit atît în țară cît și peste hotare (peste 50 lucrări, plus manuale și cursuri).

Corneliu Drăgan a parcurs în cadrul Institutului politehnic Iași aceeași sistematizată ierarhie din 1 ianuarie 1951 și pînă la plecarea dintre noi (asistent, conferențiar 1955, profesor 1967 de TMM la Facultatea de mecanică). În 1962 își susține teza de doctorat : „Noi metode de studiu al mecanismelor și mașinilor". Doi colaboratori entuziaști (Mangeron și Drăgan) au pus bazele metodelor matriceal-tensoriale și a accelerațiilor reduse folosite în numeroase teze de doctorat și lucrări de către diferiți cercetători.

Corneliu Drăgan s-a ocupat însă și de îmbogățirea conținutului științific al mecanismelor folosite în industria ușoară unde, cu măiestria care-l caracteriza, a pus bazele studiului sistematic unitar al acestora la un înalt nivel tehnico-științific, abordînd cu siguranța și frumoasele sale cunoștințe, complexele mecanisme spațiale din acest domeniu al industriei.

Profesorul dr. ing. Corneliu Drăgan își susține docența în decembrie 1974 la Iași, prezentînd în fața celor 7 membri ai Comisiei și a unei numeroase asistențe, o impresionantă trecere în revistă a întregii sale activități din producție, cercetare și învățămînt, din care s-a desprins influența experienței din producție asupra cercetării științifice și misiunii de dascăl al generațiilor constructoare a socialismului în patria noastră.

Făclia științei, profesorul dr. docent în științe inginer Corneliu I. Drăgan a dus-o în paralel și în continuare în calitate de președinte al Cercului teritorial TMM—CJIT—IFToMM—Iași pînă la plecarea sa dintre noi.

Îi vom păstra o duioasă și respectuoasă amintire, dîndu-l ca exemplu de dăruire tinerelor generații.

Prof. dr. doc. șt. ing. N. I. MANOLESCU,
Președintele Biroului Executiv al Comisiei Române pentru Teoria Mecanismelor și Mașinilor

40822

E 3132 L 061110

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI

Tomul XXVII (XXXI)

Fasc. 3—4

Secția IV

MECANICĂ APLICATĂ

1981

BIBLIOTECA CENTRALĂ

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXVII (XXXI)

Fasc. 3 – 4

Secţia IV

MECANICĂ APLICATĂ

1981

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. **VAL. BLIDARU**
Prof. dr. doc. **N.V. BOȚAN**
Prof. dr. ing. **M. GAFIȚANU** (președinte)
Prof. dr. **P. MÂLCOMETE**
Prof. dr. doc. **D. MANGERON**
Prof. dr. ing. **T. SILION**
Acad. prof. dr. doc. **CR. SIMIONESCU**
Prof. dr. ing. **I. VLAD**

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI IV MECANICĂ APLICATĂ

Prof. dr. ing. **PAUL MATEI**
Prof. dr. ing. **DAVID PERETZ**
Prof. dr. ing. **C. PICOȘ**

REDACȚIA

Prof. dr. doc. **D. MANGERON** (redactor responsabil)
Prof. dr. doc. ing. **ALFRED BRAIER** (secretar de redacție)
Asist. ing. **ANETA BRAIER** (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3—4 1981

Secţia IV

MECANICĂ APLICATĂ

SUMAR

Pag.

N.I. MANOLESCU şi DAN NICA, Stabilirea domeniului de funcţionabilitate la mecanismele cu acţionare hidraulică cu pistoane axiale (franc., rez. rom.) 9

UBIRATAN D'AMBROSIO (Brazilia), D.I. MANGERON, S.T. CHIRIACESCU şi P.T. CRĂCIUNAŞ, Un model liniar al procesului dinamic de aşchiere (rom., rez. engl.) 17

KIKUAKI TANAKA şi MASATAKA TANAKA (Japonia), O nouă metodă cu elemente finite, utilizînd elemente de volum, aplicată la probleme de termoplasticitate (engl., rez. rom.) 23

ELISABETA RUSU, Unele probleme privind medii omogene şi izotrope în teoria generalizată a termoelasticităţii liniare (rom., rez. franc.) 33

I. IBĂNESCU, Teoria plăcilor cu microstructură (engl., rez. rom.) 37

RONALD PERETZ, Influenţa unor parametri funcţionali asupra limitei de fierbere a termosifoanelor bifazice cupru/apă (germ., rez. rom.) 45

ILIE SIMINICEANU şi AL. POP, Hidrodinamica reactorului primar de conversie catalitică a metanului (II) (germ., rez. rom.) 51

EMANOIL BÂRSAN, Analiza economică a unei reţele inelare de distribuţie a apei (engl., rez. rom.) 59

LAURENŢIU SLĂTINEANU, C. PICOŞ, TRAIAN GRĂMESCU şi GH. COMAN, Cîteva consideraţii privind măsurarea forţei de aşchiere P_z la strunjirea unor oţeluri (franc., rez. rom.) 65

DAN NICOLESCU şi DAN ŞCURTU, Model matematic pentru studiul deformaţiilor benzii de tablă la fabricarea ţevilor sudate longitudinal (rom., rez. germ.) 71

CAZIMIR BOHOSIEVICI şi I. OANCEA, Analiza în frecvenţă a rugozităţii suprafeţei la frezare (engl., rez. rom.) 79

MIRCEA COZMÎNCA, STAN PANAIT şi CRISTIAN CONSTANTINESCU, Uzura suprafeţei de aşezare a sculelor cu partea aşchietoare brazată şi fixată mecanic la strunjirea oţelului carbon (engl., rez. rom.) 85

Pag.

D. ZETU, C. CHIRIȚĂ, M. MIHAILIDE și D. VEISA, Concepția și proiectarea sistemului de acționare al unei mașini de ascuțit freze Romascon de dimensiuni mari (rom., rez. rusă) 91

N. GOJINEȚCHI, Considerațiuni și probleme metodice privind concepția și proiectarea dispozitivelor speciale de prindere în construcția de mașini. (III) Probleme generale de proiectare. Eficiența economică (rom., rez. germ.) . . 95

RECENZII 101

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXVII (XXXI), Fasc. 3—4 1981

Secţia IV

APPLIED MECHANICS

CONTENTS

Pag.

N.I. MANOLESCU et DAN NICA, Détermination du domaine de fonctionnement des mécanismes hydrauliques rotatifs à pistons axiaux (French, Romanian summary) 9

UBIRATAN D'AMBROSIO (Brasil), D.I. MANGERON, S.T. CHIRIACESCU and P.T. CRĂCIUNAŞ, A Linear Model of the Dynamic Cutting Pocess (Romanian, English summary) 17

KIKUAKI TANAKA and MASATAKA TANAKA (Japan), A New Boundary Element Approach with Volume Elements Applied to Thermoplastic Problems (English, Romanian summary) 23

ELISABETA RUSU, Sur certains problèmes concernant les milieux homogènes et isotropes dans la théorie généralisée de l'élasticité linéaire (Romanian, French summary) 33

I. IBĂNESCU, The Theory of Plates with Microstructure (English, Romanian summary) 37

RONALD PERETZ, Der Einfluss einiger Parameter auf die „Boiling Limit" der zweiphasigen Wasser/Kupfer Termosyphons (German, Romanian summary) 45

ILIE SIMINICEANU und AL. POP, Hydrodynamik des Reaktors für primäre Reformierung des Methans. (II) Bestimmen und Korrelation der experimentellen Werte (German, Romanian summary) 51

EMANOIL BÂRSAN, Economic Analysis of the Water Supply Network (English, Romanian summary) 59

LAURENŢIU SLĂTINEANU, C. PICOŞ, TRAIAN GRĂMESCU et GH. COMAN, Quelques considérations concernant la mesure de la force de coupe P_z au tournage de certains aciers (French, Romanian summary) 65

DAN NICOLESCU und DAN SCURTU, Mathematisches Modell für das Studium der Deformationen der Blechbänder für längsgeschweisste Rohre (Romanian, German summary) 71

Pp.

CAZIMIR BOHOSIEVICI and I. OANCEA, Frequency Analysis of Surface Finish in Milling (English, Romanian summary) 79

MIRCEA COZMÎNCĂ, STAN PANAIT and CRISTIAN CONSTANTINESCU, Flank Wear of Tools with Brazed Tip and with Mechanically Clamped Tip in Carbon Steel Turning (English, Romanian summary) 85

D. ZETU, C. CHIRIŢĂ, M. MIHAILIDE and D. VEISA, Conception and Design of a Driving System for Grinding large ROMASCON Type Milling-Machines (Romanian, Russian summary) 91

N. GOJINEŢCHI, Betrachtungen und methodischen Fragen über den Entwurf der Speziellspannvorrichtungen für die Maschinenkonstruktion (III) (Romanian, German summary) 95

BOOK REVIEWS 101

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Том XXVII (XXXI), вып. 3—4 1981

Секция IV

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Н. И. МАНОЛЕСКУ и ДАН НИКА, Определение области работы механизмов с гидравлическим управлением с осевыми поршнями (франц., рез. рум.) 9

УБИРАТАН Д'АМБРОЗИО (Бразилия), Д. И. МАНДЖЕРОН, С. Т. КИРИАЧЕСКУ и П. Т. КРЭЧЮНАШ, Линеиная модель динамического процесса резания (рум., рез. англ.) 17

КИКУАКИ ТАНАКА и МАСАТАКА ТАНАКА (Япония), Новыи метод с конечными эллементами исползующи обьемные эллементы, примененныи в задачах термопластичности (англ., рез. рум.) 23

ЭЛИСАБЕТА РУСУ, Некоторые проблем относительно однородными и изотропными среда в обобщенной теории линеиный термоупругости (рум., рез. франц.) 33

И. ИБЭНЕСКУ, Теория пластинки с микроструктурои (англ., рез. рум.) 37

РОНАЛД ПЕРЕЦ, Вляние функциональных параметров на предел кипения бифазныи термосифонов медь/вода (нем., рез. рум.) . . . 45

ИЛИЕ СИМИНИЧАНУ и АЛ. ПОП, Гидродинамика примарного реактора каталитическои конверсии метана (II) (нем., рез. рум.) . . . 51

ЭМАНОИЛ БЫРСАН, Экономический анализ водораспределения колцевой сети (англ., рез. рум.) 59

ЛАУРЕНЦЮ СЛЭТИНЯНУ, К. ПИКОШ, ТРАИАН ГРЭМЕСКУ и Г. КОМАН, К вопросу измерения силы резания P_z при точений нескольких сталей (франц., рез. рум.) 65

ДАН НИКОЛЕСКУ и ДАН СКУРТУ, Математически модель для исследования деформации полосы железного листа при продольном сварном изготовлении трубы (рум., рез. нем.) 71

КАЗИМИР БОХОСИЕВИЧ и И. ОАНЧЯ, Частотный анализ шероховатости поверхности при фрезеровании (англ., рез. рум.) . . . 79

Стр.

МИРЧЯ КОЗМЫНКЭ, СТАН ПАНАИТ и КРИСТИАН КОНСТАНТИНЕСКУ, Износ задней поверхности инструментов с напаланными твердосплавными пластинками к механическим креплением при точение углеродистои стали (англ., рез. рум.) 85

Д. ЗЕТУ, К. КИРИЦЭ, М. МИХАИЛИДЕ и Д. ВЕИСА, Концепция и проектирование система привод для нового станка для заточки фрез РОМАСКОН для больших размер (рум., рез. русск.) . . . 91

Н. ГОЖИНЕЦКИ, Виды и методические проблемы проектирование приспособлении в машиностроении (III) (рум., рез. нем.) 95

РЕЦЕНЗИИ 101

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.D.621—1

DÉTERMINATION DU DOMAINE DE FONCTIONNEMENT DES MÉCANISMES HYDRAULIQUES ROTATIFS À PISTONS AXIAUX

PAR

N. I. MANOLESCU et DAN NICA

Au Professeur Dr. Doc. Sci.
DIMITRIE ION MANGERON
Savant-émerite
de la République Socialiste de
Roumanie
HOMMAGE
pour le 75-ème anniversaire

1. Introduction. Les mécanismes hydrauliques rotatifs à pistons axiaux qui fonctionnent comme pompes ou moteurs à debit variable, dont on voit le schema sur la fig. 1, sont formés par l'élément fix *O*, le disque menant *1*, les bielles *2*, les pistons *3* et le bloc à cylindres *4*.

Les bielles *2* et le disque menant *1* ainsi que l'axe du bloc à cylindres et le disque menant constituent des couples sphériques. Le couple O_4 est une sphère S de rayon AO_4. Le bloc à cylindres *4*, entraîné par la rotation ω_1 du disque menant *1* peut donc tourner à une vitesse angulaire ω_4 autour de l'axe AO_4. De même, il peut tourner à une vitesse angulaire ω_S autour d'une autre axe qui se trouve dans le plan du disque *1* et qui passe par le centre du couple *A* ; cette rotation est le deuxième mouvement indépendant du bloc et a lieu lorsque le premier mouvement du disque *1* cesse.

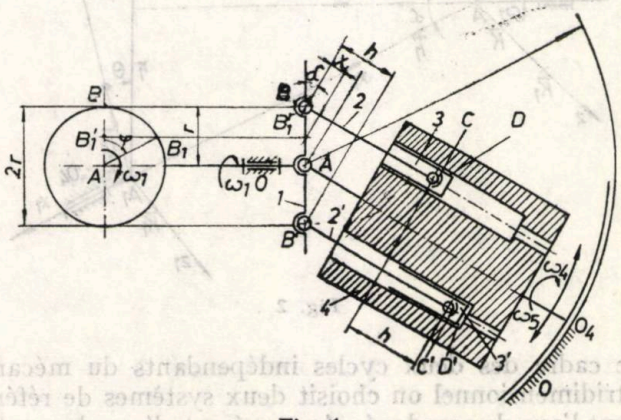


Fig. 1

Dans le travail [3] on a étudié le déplacement relatif du piston, la vitesse et l'accélération relatives et on a déterminé le débit instantané total minimal et maximal afin d'établir la relation générale du coefficient de pulsation en fonction du nombre des pistons z. Dans [4] on a trouvé les équations de déplacement du piston dans l'hypothèse de l'isochronisme entre la rotation du disque menant et du bloc à cylindres ainsi que dans l'hypothèse d'un mouvement asynchrone.

Dans ce travail-ci on a déterminé l'expression analytique de la fonction de transfert et on a établi les conditions géometriques générales de fonctionnement du mécanisme et les conditions limites de fonctionnement qui résultent du mode de réalisation du couple sphérique constitué par la bielle et le piston.

La détermination numérique de la fonction de transfert et son étude sur ordinateur nous permet de tracer les graphiques qui donnent l'image de l'asynchronisme entre le mouvement du disque et du bloc et de déterminer le domaine de fonctionnement du mécanisme. Les relations et les tableaux synthétiques élaborés sont un guide pour le choix des paramètres géométriques caractéristiques et de l'intervalle de variation de l'angle α d'inclinaison de bloc à cylindres.

2. Détermination de l'expression analytique de la fonction de transfert. On considère le cas général lorsqu'on suppose asynchronisme entre le mouvement du disque menant *1* et du bloc à cylindres *4*. Le schéma du mécanisme est représenté sur la fig. 2 d'une manière qui met en évidence le mouvement de la bielle *2* par rapport au piston *3*. Ce mouvement est matérialisé par un cercle Γ qu'un point M de l'axe de la bielle décrit pendant le cycle cinématique.

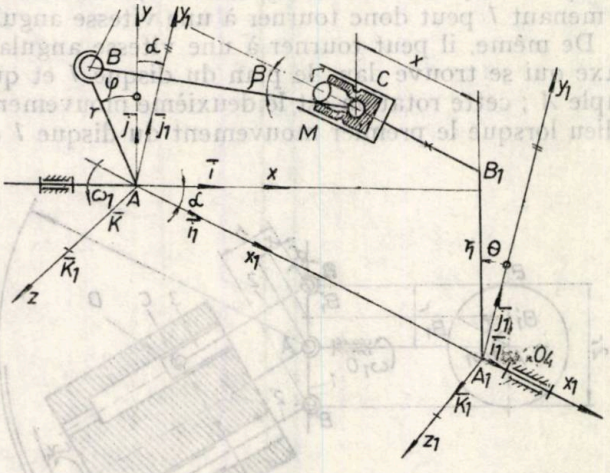


Fig. 2

Dans le cadre des deux cycles indépendants du mécanisme moteur hydraulique tridimensionnel on choisit deux systèmes de référence: le système $Axyz$ dont l'axe de coordonée Ax représente l'axe de rotation du disque

menant et le système $A_1x_1y_1z_1$ dont l'axe A_1x_1 est dirigée le long de l'axe de rotation du bloc.

Le deuxième système est obtenu par la rotation du premier système avec l'angle α autour de l'axe Az.

On adopte les notations: $AB=r$ (le rayon du cercle sur lequel sont situés les couples sphériques constitués par le disque *1* et les bielles *2*) ; $A_1B_1=r_1$ (le rayon du cercle sur lequel sont situés les axes des cylindres usinés dans le bloc) ; $BC=l$ (la longueur de la bielle sphérique) ; $B_1C_1=x$ (la coordonée de l'articulation C du piston *3* avec la bielle *2*) ; $AA_1=b$ (la distance entre le centre de la sphère A et l'extrémité du bloc à cylindres).

On peut écrire la relation vectorielle

$$\overline{A_1B}=\overline{A_1A}+\overline{AB}.$$

Les coordonnées du point B par rapport au système de référence $Axyz$ sont: $x_B=0$; $y_B=r\cos\varphi$; $z_B=r\sin\varphi$. En portant les expressions des vecteurs $\overline{A_1B}$, $\overline{A_1A}$ et $\overline{AB}$, facile à écrire, dans l'égalité précédente et en tenant compte des relations qui existent entre les verseurs des systèmes de référence choisis nous obtenons les coordonées x_{1B}, y_{1B}, z_{1B} du point B par rapport au système de référence $Ax_1y_1z_1$:

$$x_{1B}=-b-r\sin\alpha\cos\varphi,\quad y_{1B}=r\cos\alpha\cos\varphi,\quad z_{1B}=r\sin\varphi.$$

Les coordonnées du point C par rapport au système de référence $A_1x_1y_1z_1$ sont

$$x_{1C}=-x\ ;\quad y_{1C}=r_1\cos\theta,\quad z_{1C}=r_1\sin\theta.$$

De l'égalité évidente $(\overline{BC}\times\bar{i_1})^2=l^2\sin^2\beta$, équivalente à

$$(y_{1C}-y_{1B})^2+(z_{1C}-z_{1B})^2=l^2\sin^2\beta.$$

en remplaçant les valeurs des coordonées des points B et C on obtient

$$(r_1\cos\theta-r\cos\alpha\cos\varphi)^2+(r_1\sin\theta-r\sin\varphi)^2=l^2\sin^2\beta. \tag{1}$$

En introduisant les paramètres sans dimensions

$$\xi=\frac{r_1}{r}\quad\text{et}\quad\eta=\frac{l}{r}\sin\beta \tag{2}$$

l'équation (1) deviendra

$$(\xi\cos\theta-\cos\alpha\cos\varphi)^2+(\xi\sin\theta-\sin\varphi)^2=\eta^2. \tag{3}$$

Ensuite, en effectuant les calculs, on trouve la forme implicite de la fonction de transfert :

$$\sin\theta\sin\varphi+\cos\theta\cos\varphi\cos\alpha=\tfrac{1}{2}\sin^2\varphi+\cos^2\varphi\cos^2\alpha+\xi^2-\eta^2. \tag{4}$$

En adoptant la notation

$$\operatorname{tg}\gamma=\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos\alpha} \tag{5}$$

l'équation (4) peut s'écrire sous la forme

$$\cos(\theta-\gamma)=\frac{\sin^2\varphi+\cos^2\varphi\cos^2\alpha+\xi^2-\eta^2}{2\xi\sqrt{\sin^2\varphi+\cos^2\varphi\cos^2\alpha}}. \tag{6}$$

La forme explicite de la fonction de transfert résulte de l'équation précédente.

On a donc définitivement

$$\theta=\gamma-\arccos\frac{\sin^2\varphi+\cos^2\varphi\cos^2\alpha+\xi^2-\eta^2}{2\xi\sqrt{\sin^2\varphi+\cos^2\varphi\cos^2\alpha}}. \tag{7}$$

3. Conditions géométriques générales de fonctionnement du mécanisme. La condition de fonctionnement du mécanisme quelle que soie la valeur que l'angle φ prendra pendant le cycle cinématique, résulte de la relation (7). On aura

$$\frac{\sin^2\varphi+\cos^2\alpha\cos^2\varphi+\xi^2-\eta^2}{2\xi\sqrt{\sin^2\varphi+\cos^2\alpha\cos^2\varphi}}\leqslant 1. \tag{8}$$

Pour $\varphi=0$, la condition de fonctionnement s'écrit

$$\cos^2\alpha+\xi^2-\eta^2\leqslant 2\xi\cos\alpha, \tag{9}$$

ou

$$|\zeta-\cos\alpha|\leqslant\eta. \tag{10}$$

Pour $\varphi=\pi/2$, on obtient

$$1+\xi^2-\eta^2\leqslant 2\xi, \tag{11}$$

ou

$$|1-\xi|\leqslant\eta. \tag{12}$$

En portant les valeurs des paramètres ξ et η dans les inégalités (10) et (12) les conditions opératoires deviendront :

$$|r_1-r\cos\alpha|\leqslant l\sin\beta \quad \text{pour} \quad \varphi=0\,; \tag{13}$$

$$|r-r_1|\leqslant l\sin\beta \quad \text{pour} \quad \varphi=\frac{\pi}{2}. \tag{14}$$

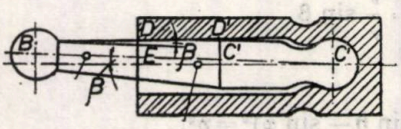


Fig. 3

La réalisation de l'ensemble bielle-piston est représentée sur la fig. 3. La partie BC de la bielle a une forme tronconique à un angle d'inclinaison β. La ligne de contact entre la bielle et la chemise du piston est représentée par la génératrice rectiligne commune de ces deux éléments.

Si l'on note

$$\rho=\frac{CE}{BC} \tag{15}$$

alors le jeu maximal de la bielle à la sortie du piston est

$$i=\tfrac{1}{2}CE\sin\beta=\tfrac{1}{2}\rho l\sin\beta=\tfrac{1}{2}r\rho\eta. \tag{16}$$

Dans le cas où le jeu est nul, le paramètre η doit aussi être nul. On a donc $\eta=(l/r)\sin\beta=0$. En portant cette condition dans la relation (2), on obtient les équations

$$r_1\cos\theta-r\cos\alpha\cos\varphi=0,\quad r_1\sin\theta-r\sin\varphi=0, \tag{17}$$

qui déterminent la valeur de l'angle φ pour laquelle le mécanisme peut se bloquer. On obtient finalement la solution

$$\cos\varphi=\sqrt{\frac{1-\xi^2}{\sin^2\alpha}}. \tag{18}$$

4. Conditions géométriques de fonctionnement pour le cas limite $\alpha=\alpha_0$. Dans le cas général on peut écrire l'inégalité

$$\cos\alpha_0\leqslant\xi=\frac{r_1}{r}\leqslant 1. \tag{19}$$

Pour les valeurs de r_1 plus grandes que celles imposées par cette inégalité le phénomène de l'asynchronisme se manifeste d'une manière accentuée.

Dans cette situation, les inégalités (10) et (11) deviendront

$$1-\eta\leqslant\xi\leqslant\eta+\cos\alpha_0. \tag{20}$$

De la, il résulte la relation

$$\eta+\cos\alpha_0\geqslant 1-\eta \tag{21}$$

d'où

$$\eta\geqslant\tfrac{1}{2}(1-\cos\alpha_0), \tag{22}$$

ou, sous une autre forme

$$\sin\beta\geqslant\frac{r(1-\cos\alpha_0)}{2l}. \tag{23}$$

La valeur maximale que l'angle β peut prendre est donc limitée par le jeu entre la bielle et l'intérieur du piston.

Dans le but d'éliminer les chocs, ce jeu doit être limité. Si nous imposons le jeu maximal, alors de l'inégalité $\eta=2j/(r\rho)\leqslant 2j_{max}/(r\rho)$ on obtient

$$\sin\beta\leqslant\frac{j_{max}}{l\rho}. \tag{24}$$

Les relations précédentes déterminent l'intervalle de variation de l'angle β :

$$\arcsin\frac{r(1-\cos\alpha_0)}{2l}\leqslant\beta\leqslant\arcsin\frac{j_{max}}{l\rho}. \tag{25}$$

Pour vérifier le jeu maximal on compare les relations qui expriment le déplacement du piston [4] : l'équation du déplacement du piston dans le cas de l'isochronisme entre le mouvement du disque et du bloc

$$x_c=b+r\sin\alpha\cos\varphi-\sqrt{l^2-r^2(1-\cos^2\alpha)\sin^2\varphi} \tag{26}$$

et l'équation du déplacement du piston dans le cas d'un mouvement asynchrone des mêmes éléments

$$x_c=b+r\sin\alpha\cos\varphi-l\cos\beta. \tag{27}$$

Des équations précédentes (26) et (28), il résulte

$$\cos\beta = \sqrt{1-\frac{r^2}{l^2}(1-\cos\alpha)^2\sin^2\varphi}. \tag{28}$$

À l'aide de la valeur obtenue, on détermine le jeu maximal

$$j_{max} \geqslant l\rho\sin\beta. \tag{29}$$

5. Détermination numérique de la fonction de transfert. Les graphiques de la fonction de transfer pour les différentes valeurs des paramètres sans dimensions ξ et η nous donnent l'image de l'asynchronisme du couplage disc-bloc à cylindres. Ces graphiques sont à la base de l'établissement des projets pour tout mécanisme hydraulique rotatif à pistons axiaux.

Pour tracer les graphiques de la fonction de transfert nous allons procéder de la manière suivante a) on considère pour les paramètres ξ et η les valeurs inscrites dans le tableau 1 ; b) on choisit le pas de φ : $\Delta\varphi = 10°$, dans l'intervalle 0 ... 360° ; c) on considère pour l'angle d'inclinaison α les valeurs 0°, 5°, 10°, 15°, 20° et 25° ; d) on calcule $\gamma = \gamma(\varphi, \alpha)$ en appliquant la relation (6) ; e) pour chaque ensemble des valeurs ξ, η et α on calcule $\theta(\alpha, \eta, \xi, \varphi)$ en appliquant la relation (7).

L'ensemble des valeurs déterminées sur ordinateur nous permet de tracer les diagrammes $\theta = \theta(\varphi)$.

En analysant ces graphiques, on constate que le décalage maximal $\theta - \varphi$ qui peut exister pendant le cycle cinématique a lieu seulement dans le cas qu'on a représenté par la courbe de variation $\theta(\varphi)$ sur la fig. 4.

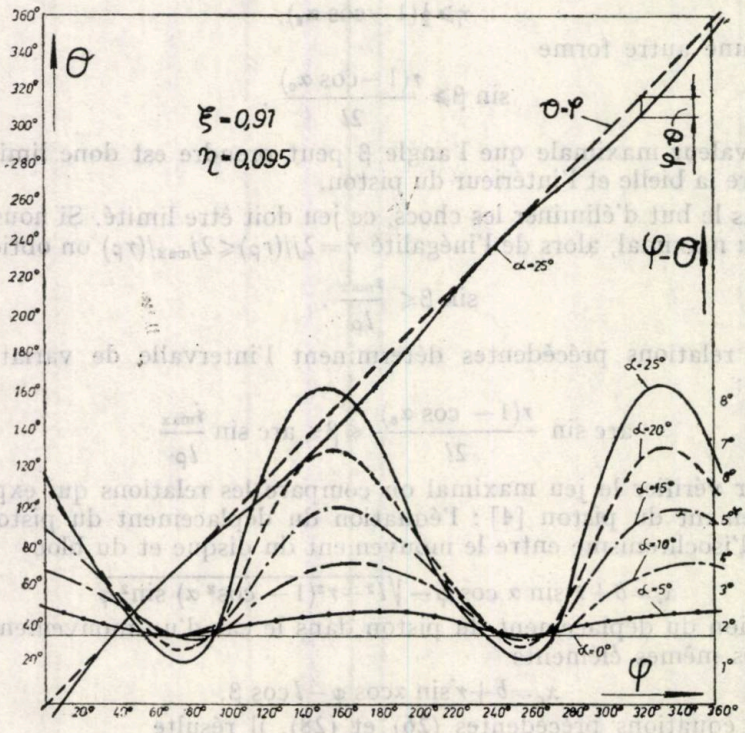


Fig. 4

Tableau 1

ξ / α / η	0,90						0,91						0,92						0,93						0,94						0,95						0,96					
	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25
0,055	—	—	—	—	0°—20°	0°—40°	—	—	—	—	0°—30°	—	—	—	—	0°—30°	0°—40°	0°—50°	—	—	—	0°—40°	0°—50°	0°—60°	—	—	0°—50°	0°—60°	0°—70°	0°—70°														
0,060	—	—	—	—	0°—30°	0°—40°	—	—	—	0°—20°	0°—40°	0°—50°	—	—	—	0°—30°	0°—50°	0°—60°	—	—	0°—30°	0°—50°	0°—60°	0°—70°	0°—10°	—	—	—	—	—														
0,065	—	—	—	—	0°—30°	0°—50°	—	—	—	0°—20°	0°—40°	0°—50°	—	—	—	0°—40°	0°—50°	0°—60°	—	—	0°—50°	0°—60°	0°—70°	0°—70°																				
0,070	—	—	—	0°—20°	0°—40°	0°—50°	—	—	—	0°—30°	0°—50°	0°—60°	—	—	0°—30°	0°—50°	0°—60°	0°—70°	0°—10°	—	—	—	—	—																				
0,075	—	—	—	0°—30°	0°—40°	0°—50°	—	—	—	0°—40°	0°—50°	0°—60°	—	—	0°—50°	0°—60°	0°—70°	0°—70°																										
0,080	—	—	—	0°—30°	0°—50°	0°—60°	—	—	0°—30°	0°—50°	0°—60°	0°—70°	0°—10°																														
0,085	—	—	—	0°—40°	0°—50°	0°—60°	—	—	0°—50*	0°—60°	0*—70°	0°—70°																														
0,090	—	—	0°—30°	0°—50°	0°—60°	0°—70°	—																																		
0,095	—	—	0°—50°	0°—60°	0°—70°	0°—70°																																				
0,100	0,10																																								

domaine de fonctionnement du mécanisme

$\varphi = 0° - 360°$

Sur la base des résultats obtenus on a élaboré le tableau 1 qui nous perment de constater que c'est seulement dans le domaine des valeurs des paramètres ξ et η qui est délimité par le contour renforcé que le mécanisme fonctionne sans danger de se bloquer quelle que soit la valeur de l'angle d'inclinaison α du bloc à cylindres.

Dans le domaine hachuré à lignes verticales le mécanisme fonctionne sans danger de se bloquer seulement dans un certain intervale des valeurs de l'angle d'inclinaison $\alpha \in |5°,\ 25°|$.

Pour les autres cases dans le tableau sont inscrites les valeurs de l'angle φ pour lesquelles a lieu le blocage du mécanisme (en considérant l'ensemble donné des valeurs η, ξ et α).

6. Conclusions. 1. La détermination numériques de la fonction de transfert met en évidence l'existence de l'asynchronisme entre le mouvement du disque menant et du bloc à cylindres.

2. L'étude effectuée à l'aide de l'ordinateur nous permet de tracer les diagrammes de variation $\theta(\alpha, \xi, \eta, \varphi)$ et d'élaborer le tableau du domaine de fonctionnement du mécanisme.

3. Les diagrammes nous montrent que l'asynchronisme du mécanisme augumente en même temps que l'inclinaison du bloc.

Par conséquent, de ce point de vue, le mouvement est plus stable lorsque l'angle α est petit. Lors de l'établissement du projet d'un mécanisme hydraulique rotatif il est obligatoire de tenir compte de fait que son fonctionnement est possible seulement pour un certain intervalle des paramètres sans dimensions ξ et η Le tableau 1 nous montre aussi que l'accroissement des valeurs du paramètre η a pour conséquence une zone plus large pour le paramètre ξ. Pourtant il faut prendre en considération le fait que l'accroissement du paramètre η a aussi une autre conséquence : l'augmentation du jeu entre la bielle et l'interieur du piston, ce qui fait que les chocs à l'inversion de rotation deviennent plus grands.

4. Sans tenir compte des autres considérations d'ordre fonctionnel ou technologique, le tableau 1, élaboré sur la base des relations qui ont été établies dans ce travail, constitue un très important instrument de travail pour l'ingénieur et le chercheur, dans le choix des paramètres géométriques caractéristiques et de l'intervalle de variation de l'angle d'inclinaison du bloc à cylindres.

Reçue le 5 Juillet 1981

Institut Polytechnique, Bucharest

BIBLIOGRAPHIE

1. Artobolevski I.I., *Les mécanismes dans la technique moderne.* Tome **5**, *Mécanismes hydrauliques, mécanismes pneumatiques et mécanismes électriques.* Éditions MIR, Moscou, 1978.
2. Manolescu N.I., Kovacs Tr., Oränescu A., *Teoria mecanismelor şi a maşinilor.* Ed. did. şi ped., Buc., 1972.
3. Nica D., Manolescu N., *Determinarea coeficientului de pulsaţie la mecanismele cu acţionare hidraulică cu pistoane axiale.* Simpozionul internaţional de mecanisme şi metode de proiectare pe calculator, Bucureşti, 1981.

4. Nica D., *Condiții geometrice limită la mecanismele cu acționare hidraulică cu pistoane axiale.* Simpozionul internațional de mecanisme și metode de proiectare pe calculator, București, 1981.
5. Oprean A., Marin V., Dorin Al., *Acționări hidraulice.* Ed. tehn., Buc., 1976.
6. Pelecudi Chr., *Bazele analizei mecanismelor.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1967.

STABILIREA DOMENIULUI DE FUNCȚIONABILITATE LA MECANISMELE CU ACȚIONARE HIDRAULICĂ CU PISTOANE AXIALE

(Rezumat)

Se efectuează un studiu cinematic al mecanismelor cu pistoane axiale funcționînd ca pompe sau motoare hidraulice care scoate în evidență existența neizocronismului între mișcarea discului conducător și a blocului de cilindri și se stabilește domeniul de funcționabilitate al mecanismului.

Relațiile elaborate și tabelul sintetic întocmit constituie un instrument de lucru important privind alegerea parametrilor geometrici caracteristici și a intervalului de variație a unghiului de înclinare a blocului de cilindri.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.2.621.9.01

UN MODEL LINIAR AL PROCESULUI DINAMIC DE AŞCHIERE[1])

DE

UBIRATAN D'AMBROSIO, D. I. MANGERON, S.T. CHIRIACESCU
şi P. T. CRĂCIUNAŞ

Autorii dedică această lucrare
Maeştrilor Ingeniozităţii Româneşti

1. Introducere. Condiţiile tehnico-economice tot mai severe impuse pieselor prelucrate prin aşchiere au atras atenţia cercetătorilor asupra interdependenţelor funcţionale dintre structura elastică a maşinii-unelte pe care are loc prelucrarea şi procesul de formare şi prelevare a aşchiilor (care, în cele ce urmează se va numi proces de aşchiere şi se va nota prin PA). Pentru analiza acestor interdependenţe procesul de aşchiere trebuie privit ca un sistem dinamic avînd drept mărime de intrare deplasarea relativă dintre sculă şi piesă $\mathbf{x}$ şi drept mărime de ieşire componenta dinamică $\Delta\mathbf{F}$ a forţei de aşchiere.

Întrucît există numeroase relaţii particulare care fac legătura dintre vectorii $\mathbf{x}$ şi $\Delta\mathbf{F}$, ceea ce impietează cel puţin asupra unei abordări generale a problemei stabilităţii maşinilor-unelte la autovibraţii, în cele ce urmează se propune un model general al sistemului PA considerat liniar.

2. Modulaţia secţiunii de aşchiere. Convenţional, drept sens pozitiv al deplasării $\mathbf{x}$ se va alege acela care conduce la creşterea distanţei dintre sculă şi piesa care se prelucrează. Prin creşterea lui $x = |\mathbf{x}|$ se micşorează cel puţin valoarea mărimii cu influenţă determinantă asupra forţei de aşchiere — grosimea instantanee a aşchiei. De aici rezultă că $\Delta\mathbf{F}$ va avea sens opus lui $\mathbf{x}$ şi va fi de acelaşi semn cu variaţia grosimii de aşchiere.

Notînd cu $\Delta a^{(i)}$ variaţia grosimii de aşchiere în ipoteza că suprafaţa care se aşchiază nu prezintă urme de la „trecerea" anterioară a sculei şi cu $\Delta a^{(e)}$ variaţia grosimii de aşchiere datorată urmelor rămase de la „trecerea" anterioară a sculei, în ipoteza că x se măsoară pe normala la suprafaţa care se prelucrează, fig. 1 permite a calcula variaţia totală a grosimii de aşchiere

$$\Delta a(\tau) = \Delta a^{(i)}(\tau) + \Delta a^{(e)}(\tau) = \mu x(\tau - T) - x(\tau), \tag{1}$$

unde prin τ s-a notat timpul, μ — coeficientul (sau factorul) efectului regenerativ, iar T — decalajul temporal dintre modulaţia internă $\Delta a^{(i)}$ şi cea externă $\Delta a^{(e)}$ a grosimii de aşchiere.

[1]) Un extras din această lucrare a fost comunicat la SYROM'81.

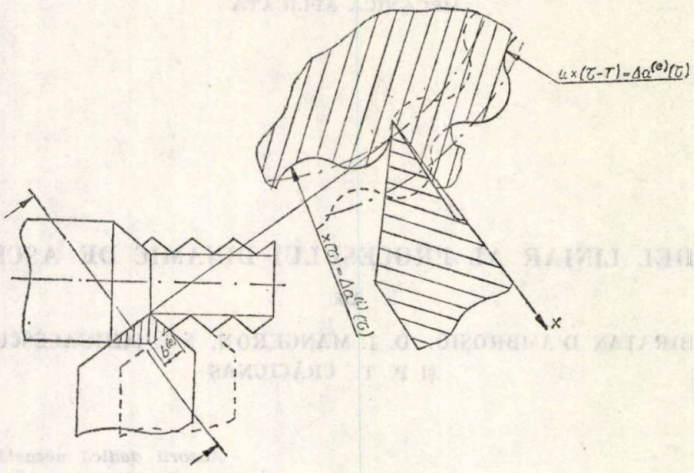


Fig. 1

Mai general,în procesul autovibrator se poate considera că modulațiile internă și externă se referă la întreaga secțiune a așchiei și nu numai la una din dimensiunile ei (așa cum s-a presupus la întocmirea fig. 1). Oricum, folosind notația $p=\mathrm{d}/\mathrm{d}\tau$ și ținînd seama că $x(\tau-T)=\exp(-pT)\,x(\tau)$ sistemului PA i se poate da o primă reprezentare informațională ca în fig. 2, în care prin $PA^{(i)}$ și $PA^{(e)}$ s-au notat blocurile corespunzătoare modulației interne, respectiv celei externe.

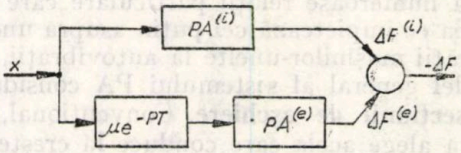


Fig. 2

3. PA sistem dinamic tridimensional. Pentru simplificarea expunerii, în cele de mai sus s-a presupus că mișcarea relativă dintre sculă și piesă are loc în planul secțiunii așchiei nedetașate. În cazul general, însă, această deplasare are o direcție oarecare în spațiu și poate fi descompusă în trei componente reciproc rectangulare: una dispusă pe direcția vitezei principale de așchiere, iar celelalte două în planul așchiei nedetașate. Drept urmare, presupunînd că nu există condiții pentru apariția autovibrațiilor regenerative (adică $\mu=0$), componenta $\Delta\mathbf{F}^{(i)}$ a forței dinamice de așchiere poate fi scrisă

$$\Delta\mathbf{F}^{(i)}=\begin{bmatrix}\Delta F_1^{(i)}\\ \Delta F_2^{(i)}\\ \Delta F_3^{(i)}\end{bmatrix}=\mathbf{H}_1^{(i)}(p)\begin{bmatrix}\Delta a\\ \Delta b\\ \Delta v\end{bmatrix}, \tag{2}$$

unde $\Delta F_l^{(i)}$ $(l=1, 2, 3)$ reprezintă componentele vectorului $\Delta\mathbf{F}$ în raport cu același sistem triortogonal de referință față de care a fost raportat și vectorul $\mathbf{x}=[x_1, x_2, x_3]$, iar Δa, Δb, Δv — variațiile grosimii, lățimii, respectiv vitezei principale de așchiere în raport cu valorile lor nominale.

Pentru a ține seama de numeroasele formule particulare propuse pentru descrierea comportării blocului PA$^{(i)}$, matricea $\mathbf{H}_1^{(i)}(p)$ trebuie considerată ca având forma

$$\mathbf{H}_1^{(i)}(p)=[K_{1l}^{(a)}+C_{1l}^{(a)}p,\ K_{1l}^{(b)}+C_{1l}^{(b)}p,\ K_{1l}^{(v)}] \qquad (l=1, 2, 3), \tag{3}$$

elementele sale obținîndu-se prin identificare (de obicei experimentală).

În cazul oricărui proces de prelucrare este posibil să se precizeze matricea

$$\mathbf{H}_2^{(i)}(p)=-[K_{2l}^{(a)},\ K_{2l}^{(b)},\ K_{2l}^{(v)}] \tag{4}$$

care face legătura dintre vectorul $[\Delta a, \Delta b, \Delta v]'$ și $\mathbf{x}$. În consecință componenta $\Delta\mathbf{F}^{(i)}$ se scrie

$$\Delta\mathbf{F}^{(i)}=-\mathbf{H}^{(i)}(p)\mathbf{x}, \tag{5}$$

unde

$$\mathbf{H}^{(i)}(p)=\mathbf{H}_1^{(i)}(p)\,\mathbf{H}_2^{(i)}(p). \tag{6}$$

Printr-un raționament similar componenta $\Delta F^{(e)}$ a forței dinamice de așchiere poate fi pusă în forma [1]

$$\Delta\mathbf{F}^{(e)}=\mu e^{-pT}\mathbf{H}^{(e)}(p)\mathbf{x}, \tag{7}$$

în care

$$\mathbf{H}^{(e)}(p)=[K_{lq}^{(e)}+C_{lq}^{(e)}p], \qquad (l, q=1, 2, 3). \tag{8}$$

Având în vedere schema informațională din fig. 2, relațiile (5) și (7) conduc la ecuația generală a sistemului PA liniar:

$$\Delta\mathbf{F}=-[\mathbf{H}^{(i)}(p)-\mu e^{-pT}\mathbf{H}^{(e)}(p)]\mathbf{x}=-\mathbf{H}(p)\mathbf{x}. \tag{9}$$

3. Exemplu ilustrativ. Fie cazul particular al strunjirii ortogonale la care mișcarea relativă dintre sculă și piesă se manifestă numai în planul normal pe axa de rotație a piesei care se prelucrează (fig. 3).

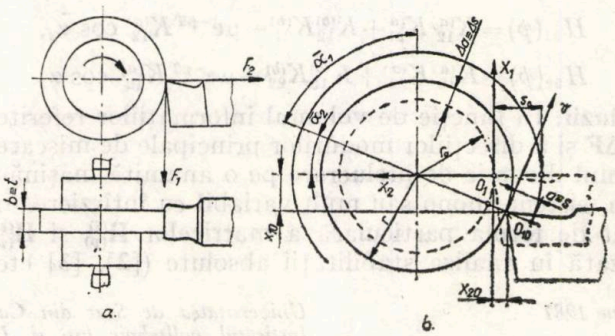


Fig. 3

Într-o primă aproximație matricea de transfer $\mathbf{H}(p)$ poate fi obținută pe baza relațiilor semiempirice care indică influențele parametrilor regimului de așchiere asupra valorilor staționare ale componentelor forței de așchiere

$$F_1 = C_{F_1} s^{\eta_{s_1}} t^{\eta_{t_1}}, \qquad F_2 = C_{F_2} s^{\eta_{s_2}} t^{\eta_{t_2}}, \tag{10}$$

unde constantele C_{F1} și C_{F2} depind de proprietățile fizico-mecanice ale materialului de prelucrat și ale părții așchietoare a sculei, de viteza principală de așchiere etc., iar η_{sl} și η_{tl} $(l=1, 2)$ în principal de valorile medii ale avansului s și adîncimii de așchiere t.

Sub acțiunea forței $\mathbf{F}=[F_1, F_2]'$ punctul O_1 de pe tăișul cuțitului se deplasează din O_1 în O_{10}. În acest caz, presupunînd că rigiditatea torsională a sistemului piesei este mult mai mare decît cea la încovoiere și admițînd că deplasarea $x(\tau)$ are loc pe direcția determinată de O_{10} și centrul de rotație al secțiunii transversale a piesei care se prelucrează se poate scrie

$$\begin{aligned} a \equiv s &= s_0 + r_0 - \sqrt{x_1^2 + (r_0 + x_2)^2} = a(x_1, x_2), \\ v &= \Omega r = \Omega \sqrt{x_1^2 + (r_0 + x_2^2)} = v(x_1, x_2), \end{aligned} \tag{11}$$

unde r_0 este raza de reglare a cuțitului de strung, iar Ω viteza unghiulară a arborelui principal.

Ținînd seama de (10) și (11) rezultă

$$K_{1l}^{(a)} = C_{Fl}\eta_{sl} s_0^{\eta_{sl}-1} t_0^{\eta_{tl}}, \quad K_{1l}^{(b)} = C_{Fl}\eta_{tl} s_0^{\eta_{sl}} t_0^{\eta_{tl}-1}, \quad l=1,2;$$

$$K_{21}^{(a)} = \frac{x_{10}}{\sqrt{x_{10}^2 + (r_0 - x_{20})^2}} = \cos\bar{\alpha}_1, \quad K_{22}^{(a)} = \frac{r_0 + x_{20}}{\sqrt{x_{10}^2 + (r_0 + x_{20})^2}} = \cos\bar{\alpha}_2, \tag{12}$$

$$K_{21}^{(v)} = -\Omega\cos\bar{\alpha}_1, \quad K_{22}^{(v)} = -\Omega\cos\bar{\alpha}_2,$$

unde s_0 și t_0 sînt valorile nominale (reglate) ale mărimilor s, respecti vt.

Pentru strunjirea considerată matricea $\mathbf{H}(p)$ poate fi pusă în forma

$$\mathbf{H}(p) = -\begin{bmatrix} H_{11}(p) & H_{12}(p) \\ H_{21}(p) & H_{22}(p) \end{bmatrix}, \tag{13}$$

unde, ținînd seama de (12) și (9), în care $\mathbf{H}^{(e)}(p) = \mathrm{H}^{(i)}(p)$

$$\begin{aligned} H_{11}(p) &= K_{11}^{(a)}K_{21}^{(a)} + K_{21}^{(b)}K_{21}^{(b)} - \mu e^{-pT} K_{11}^{(a)} \cos\bar{\alpha}_1, \\ H_{12}(p) &= K_{11}^{(a)}K_{22}^{(a)} + K_{11}^{(b)}K_{22}^{(b)}\mu e^{-pT} K_{11}^{(a)} \cos\bar{\alpha}_2, \\ H_{21}(p) &= K_{12}^{(a)}K_{21}^{(a)} + K_{12}^{(b)}K_{21}^{(b)} - \mu e^{-pT} K_{12}^{(a)} \cos\bar{\alpha}_1, \\ H_{22}(p) &= K_{12}^{(a)}K_{22}^{(a)} + K_{12}^{(b)}K_{22}^{(b)} - \mu e^{-pT} K_{12}^{(a)} \cos\alpha_2. \end{aligned} \tag{14}$$

4. Concluzii. În funcție de volumul informațiilor referitoare la poziția vectorilor $\mathbf{x}$, $\Delta\mathbf{F}$ și a direcțiilor modurilor principale de mișcare ale structurii elastice, sistemul dinamic de prelucrare pe o anumită mașină-unealtă poate fi privit ca un sistem mono sau multivariabil cu întîrziere. În toate cazurile, indiferent de forma particulară a matricelor $\mathbf{H}_{(p)}^{(i)}$ și $\mathbf{H}_{(p)}^{(e)}$ ecuația (9) poate fi utilizată în analiza stabilității absolute ([2], [3] etc.).

Primită la 15 iunie 1981

Universitatea de Stat din Campinas, Brazilia, Institutul politehnic Iași și Universitatea din Brașov.

BIBLIOGRAFIE

1. Chiriacescu S.T., Mangeron D.I., *Sistemul dinamic liniar al procesului de așchiere* (în curs de publicare).
2. Chiriacescu S.T., Mangeron D.I., *Absolute Stability of Dynamic Machining System*. Proceedings of the „Third Congress of Mechanics", Varna, Vol. 11, 161–166, 1977.
3. Milberg J., *Analytisches Modell zur Beschreibung des Zerspanungsprozess bei der Drehbearbeitung*. Z.w.F., **67**, *8*, 407–411 (1972).
4. Tlusty J., *Analysis of the State of Research in Cutting Dynamics*. Annals of the CIRP, **27**, 583–589 (1978).
5. Van Brussel H., Vanherck P., *A New Method for the Determination of the Dynamic Cutting Coefficient*. Advances in Mach. Tool Des. and Res., 105–118 (1971).
6. Weck M., *Dynamisches verhalten spanender Werkzeugmaschinen*. WZL, T. H. Aachen, Dezember 1971.

A LINEAR MODEL OF THE DYNAMIC CUTTING PROCESS

(Summary)

In this paper, a general model of the dynamic cutting process is presented. According with this model the cutting process can be regarded as a linear, multivariable and time-lag system.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.C.539.388

A NEW BOUNDARY ELEMENT APPROACH WITH VOLUME ELEMENTS APPLIED TO THERMOPLASTIC PROBLEMS

BY

KIKUAKI TANAKA and MASATAKA TANAKA

1. **Introduction.** Many investigations have so far been conducted on the boundary element method, and its wide applicability as well as the computational efficiency attracted attention of the engineers. For example, the three-dimensional elastostatics was treated by C r u s e [1], while C r u s e and R i z z o [2] applied the method to the elastodynamic problems. B r e b b i a [3] presented a different boundary element formulation based on a weighted residual statement for the problems. The three-dimensional thermoelasticity was also formulated by R i z z o and S h i p p y [4], in which the thermal effect was taken into account through an additional volume integral. For the achievements so far made and the related literature, one can refer to M e n d e l s o n's review [5] and the proceedings [6], [7] of the recent international conferences.

Recently, the authors proposed a time-space boundary element method for the transient problems, such as the transient heat conduction problems [8] and the transient thermal stress analyses [9]. In their approach the governing integral equation on boundary, which involves in this case the time integral in addition to the surface integrals, was discretized directly into a set of linear simultaneous equations by introducing a series of time-space boundary elements together with the interpolation functions. The proposed method was extended further by the same authors to the formulation for the general boundary-value problems which are expressible by means of a certain type of the linear operator [10].

The elastoplastic problems have also been studied, and the incremental or the rate-type boundary element formulation was presented together with some calculated results for the practical problems [11] ... [13]. The method was successfully applied to the thermoplasticity [14] ... [16]. In these investigations, however, the contribution of the plastic deformation is, as for the thermal effect in the case of thermoelasticity, accounted by a volume integral appearing in the governing integral equation, although it includes the unknown displacement increment in itself. Therefore, the proposed formulations had inevitably to rely on some iterative procedure to arrive at a rigorous solution of the problem [17].

In the present paper the authors propose a new boundary element approach to thermoplasticity without any iterative procedure. Contrary to the ordinary boundary element formulation, the boundary as well as the inner domain are fully discretized into a finite number of elements so that the unknown displacement increment in the volume integral can be accounted explicitly in the final system of linear simultaneous equations for the nodal values on boundary as well as in inner domain.

Sec. 2 of this paper is devoted to some preparations for the later discussion. The governing equation of the problems is shown together with the boundary conditions. In Sec. 3 the boundary integral equations on the boundary and in the inner domain are deduced from a weighted residual statement in which the fundamental solution of elastostatics is used as

the weight function. The integral equations both on the boundary and in the inner domain are discretized in Sec. 4 to present a final set of linear simultaneous equations.

The method, say the boundary-volume element method, could easily be applied to the coupled thermoelastic problems, and the result will surely exhibit the computational efficiency much more than the formal boundary element procedure [18] would have. The effectiveness of this method compared to the other computational methods, especially to the finite element method, will be the concern of further work.

2. Preliminaries. Let us consider the thermoplastic body which has a finite domain Ω bounded by a surface Γ in three-dimensional space.

In the case of the infinitesimal quasi-static problems, the incremental equilibrium equation is expressed as

$$\operatorname{div} \Delta S(x)+\Delta b(x)=0, \tag{1}$$

where ΔS and Δb stand for the stress increment tensor and the body force increment, respectively. The operators div, and grad which will appear later, denote the divergence and the gradient with respect to the spatial coordinate x.

The constitutive equation of the thermoplastic materials is assumed to be

$$\Delta S=(E+E^p):\Delta\varepsilon+(\Theta+\Theta^p)\Delta\theta, \tag{2}$$

where $\Delta\varepsilon$ and $\Delta\theta$ stand for the strain increment tensor and the temperature increment, respectively. The coefficient E is the elastic moduli tensor, while Θ the thermoelastic moduli tensor. The colon, and the dot introduced later, represent the summations over the repeated two indices and one index, respectively. Their component representation in cartesian system reads

$$[A:B]\ldots{}_{il}\ldots\equiv A\ldots{}_{ijk}B_{jkl}\ldots,\quad [A\cdot B]\ldots{}_{ik}\ldots\equiv A\ldots{}_{ij}B_{jk}\ldots$$

The derivation of Eq. (2) is shown in Appendix together with the definite expressions for E^p and Θ^p, which are the contribution of the plastic deformation.

Substituting Eq. (2) and the displacement-strain incremental relation

$$\Delta\varepsilon=\frac{1}{2}[\operatorname{grad}\Delta u+(\operatorname{grad}\Delta u)^T] \tag{3}$$

into Eq. (1), we obtain an alternative form of the equilibrium equation

$$\operatorname{div}[E:\operatorname{grad}\Delta u]+\operatorname{div}[E^p:\operatorname{grad}\Delta u]+\operatorname{div}[(\Theta+\Theta^p)\Delta\theta]+\Delta b=0. \tag{4}$$

The boundary conditions of the problem are as follows:

$$\begin{aligned}&\Delta u(\sigma)=\widetilde{\Delta u}(\sigma)\quad\text{on}\quad\Gamma_u,\\ &\Delta p(\sigma)\equiv\Delta S(\sigma)\cdot n(\sigma)=\widetilde{\Delta p}(\sigma)\quad\text{on}\quad\Gamma_p\equiv\Gamma-\Gamma_u,\end{aligned} \tag{5}$$

where σ stands for the spatial coordinate on the boundary Γ, while $n(\sigma)$ is the outward unit normal to Γ at σ.

The tilde superimposed on a letter means a prescribed value.

3. **Boundary Element Formulation.** Equation (4) can formally be reduced to an ordinary elastic problem if the term

$$\operatorname{div}[E^p : \operatorname{grad} \Delta u] + \operatorname{div}[(\Theta + \Theta^p)\Delta\theta] + \Delta b$$

is regarded as a fictitious body force increment. Then, a weighted residual statement for the problem considered here can easily be written down by making use of the fundamental solution $u^*(x, x_1)$ for an infinite elastic body which is determined from the equation

$$\operatorname{div}[\operatorname{grad} u^*(x, x_1) : E] + 1\delta(x - x_1) = 0, \tag{6}$$

with the homogeneous boundary condition at infinity, and the corresponding flux $p^*(x, \sigma_1)$ defined by

$$p^*(x, \sigma_1) \equiv [\operatorname{grad}^1 u^*(x, \sigma_1) : E] \cdot n(\sigma_1) \tag{7}$$

as the weight functions [3]. Here the notations x_1 and σ_1 are understood to be the spatial coordinates in Ω and on Γ, respectively. The unit tensor of the second rank 1 and the Dirac delta function $\delta(.)$ are also used. The weighted residual statement now reads

$$\int_\Omega u^*(x, x_1) \{\operatorname{div}^1 [E : \operatorname{grad}^1 \Delta u(x_1)] + \operatorname{div}^1[E^p : \operatorname{grad}^1 \Delta u(x_1)] +$$

$$+ \operatorname{div}^1[(\Theta + \Theta^p)\Delta\theta(x_1)] + \Delta b(x_1)\} d\Omega_1 = \tag{8}$$

$$= \int_{\Gamma_p} u^*(x, \sigma_1) \cdot [\Delta p(\sigma_1) - \widetilde{\Delta p}(\sigma_1)] d\Gamma_1 - \int_{\Gamma_u} p^*(x, \sigma_1) \cdot [\Delta u(\sigma_1) - \widetilde{\Delta u}(\sigma_1)] d\Gamma_1,$$

where $\int_\Omega \ldots d\Omega_1$ and $\int_\Gamma \ldots d\Gamma_1$ mean the volume integral over Ω with respect to x_1 and the surface integral over Γ with respect to σ_1, respectively.

It should be noted here that all integrals in this study are, if it is necessary, understood to be evaluated in the sence of Cauchy's principal value integral [19].

It is a simple matter to deduce from Eq. (8) a formula

$$\Delta u(x) = \Delta\chi(x) + \int_\Gamma u^*(x, \sigma_1) \cdot \Delta p(\sigma_1) d\Gamma_1 - \int_\Gamma p^*(x, \sigma_1) \cdot \Delta u(\sigma_1) d\Gamma_1 -$$

$$- \int_\Omega \operatorname{grad}^1 u^*(x, x_1) : E^p(x_1) : \operatorname{grad}^1 \Delta u(x_1) d\Omega_1, \tag{9}$$

where use is made of Eqs. (6) and (7). The lengthy but straightforward manipulation is omitted here. The vector function $\Delta\chi$ in Eq. (9) is defined by

$$(10)\quad \Delta\chi \equiv \int_{\Omega} u^*(x, x_1) b(x_1) d\Omega_1 - \int_{\Omega} \text{grad}^1 u^*(x, x_1) : [\Theta + \Theta^p(x_1)] \Delta\theta(x_1) d\Omega_1.$$

As has been demonstrated in the literature [3], [17], [20], by taking a limiting procedure to the boundary Γ in Eq. (9), one can arrive at a governing integral equation for the values at boundary

$$c\Delta u(\sigma) = \Delta\chi(\sigma) + \int_{\Gamma} u^*(\sigma, \sigma_1) \cdot \Delta p(\sigma_1) d\Gamma_1 - \int_{\Gamma} p^*(\sigma, \sigma_1) \cdot \Delta u(\sigma_1) d\Gamma_1 -$$

$$- \int_{\Gamma} \text{grad}^1 u^*(\sigma, x_1) : E^p(x_1) : \text{grad}^1 \Delta u(x_1) d\Omega_1,$$

where c depends on the geometrical property of Γ at σ. When Γ is smooth at σ, $c = 1/2$.

Eqs. (9) and (10) constitute the governing integral equations of the thermoplastic problems discussed here. The displacement increments Δu in $\Omega + \Gamma$ and the traction increment Δp on Γ are the unknowns for these integrodifferential equations. When the deformation is purely elastic, that is, when the body contains no plastic region within it, the volume integral in the right-hand side of Eq. (9) vanishes. Hence this equation reduces to the formula which evaluates the displacement increment in Ω, while Eq. (10) determines Δu and Δp on Γ.

4. Discretization of Governing Equations. Let discretize the closed domain $\Omega + \Gamma$ into a series of finite elements. The boundary Γ is assumed to be covered by $\overline{E}$ boundary elements with $\overline{N}$ boundary nodes. The N nodes, the inner nodes, are then installed in Ω so that they can, together with $\overline{N}$ boundary nodes, discretize the domain Ω into E volume elements. We note that the volume elements which are in contact with Γ are, therefore, constituted by some boundary nodes in addition to the inner nodes. The $\overline{e}$-th boundary element is assumed to have $\overline{N}_{(\overline{e})}$ boundary nodes, while the e-th volume element $N_{(e)}$ inner nodes.

Here and henceforth the indices with regard to the boundary element as well as the boundary node are indicated by the superimposed bar. We list bellow the indices which appear in the following discussion, and their range to cover :

$e, f : 1 \sim E,$	$\overline{e}, \overline{f} : 1 \sim \overline{E},$
$a : 1 \sim N_{(e)},$	$\overline{a} : 1 \sim \overline{N}_{(\overline{e})},$
$b : 1 \sim N_{(f)},$	$\overline{b} : 1 \sim \overline{N}_{(\overline{f})},$
$A : 1 \sim N + \overline{N},$	$\overline{A}, \overline{B} : 1 \sim \overline{N},$
$B : 1 \sim N,$	$i, j, k, l, m : 1 \sim 3.$

For later use we define here the domains $\Gamma_{\overline{e}}$ and Ω_e as follows:

$$\Gamma_{\bar{e}} \equiv \{\sigma | \sigma \in \bar{e}\text{-th boundary element}\},$$

$$\Omega_e = \{x | x \in e\text{-th volume element}\}.$$

The values of Δu and Δp in any element can be evaluated by introcing the interpolation functions $\varphi(x)$ and $\psi(\sigma)$ [21] in the form

$$\Delta u_i(x) = \varphi_a(x)\Delta u_{ia}^{(e)}; \quad x \in \Omega_e,$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta u_i(\sigma) &= \psi_{\bar{a}}(\sigma)\Delta u_{i\bar{a}}^{(\bar{e})} \\ \Delta p_i(\sigma) &= \psi_{\bar{a}}(\sigma)\Delta p_{i\bar{a}}^{(\bar{e})} \end{aligned}\right\}; \quad \sigma \in \Gamma_{\bar{e}}, \tag{11}$$

where we put

$$\Delta u_{ia}^{(e)} \equiv \Delta u_i(x^a); \quad x^a \in \Omega_e,$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta u_{i\bar{a}}^{(\bar{e})} &\equiv \Delta u_i(\sigma^{\bar{a}}) \\ \Delta p_{i\bar{a}}^{(\bar{e})} &\equiv \Delta p_i(\sigma^{\bar{a}}) \end{aligned}\right\}; \quad \sigma^{\bar{a}} \in \Gamma_{\bar{e}}, \tag{11a}$$

with the spatial coordinates of a-th node, x^a, and of the $\bar{a}$-th node, $\sigma^{\bar{a}}$. It should be noted that the functions φ_a and $\psi_{\bar{a}}$ can not be selected independently because the value of Eq. $(11)_1$ with $x \equiv \sigma$ should be equal to the value of Eq. $(11)_2$.

Evaluation of Eq. (9) in Ω at a-th node in any e-th element gives

$$\Delta u_{ia}^{(e)} = \Delta\chi_{ia}^{(e)} + \int_\Gamma u_{ij}^*(x^a, \sigma_1)\Delta p_j(\sigma_1)\mathrm{d}\Gamma_1 - \int_\Gamma p_{ij}^*(x^a, \sigma_1)\Delta u_j(\sigma_1)\mathrm{d}\Gamma_1 -$$

$$- \int_\Omega u_{ij,k}^*(x^a, x_1)E_{jklm}^p(x_1)\Delta u_{l,m}(x_1)\mathrm{d}\Omega_1, \tag{12}$$

where

$$\Delta\chi_{ia}^{(e)} \equiv \Delta\chi_i(x^a); \quad x^a \in \Omega_e. \tag{12a}$$

By substituting Eq. (11) into Eq. (12), we obtain

$$\Delta u_{ia}^{(e)} = \Delta\chi_{ia}^{(e)} + \sum_{\bar{e}=1}^{\bar{E}} \delta_{ija\bar{a}}^{(e)(\bar{e})}\Delta p_{j\bar{a}}^{(\bar{e})} - \sum_{\bar{e}=1}^{\bar{E}} \eta_{ija\bar{a}}^{(e)(\bar{e})}\Delta u_{j\bar{a}}^{(\bar{e})} - \sum_{f=1}^{E} \mu_{ijab}^{(e)(f)}\Delta u_{jb}^{(f)}, \tag{13}$$

where the following notations are introduced:

$$\delta_{ija\bar{a}}^{(e)(\bar{e})} \equiv \int_{\Gamma_{\bar{e}}} u_{ij}^*(x^a, \sigma_1)\psi_{\bar{a}}(\sigma_1)\mathrm{d}\Gamma_1,$$

$$\eta_{ija\bar{a}}^{(e)(\bar{e})} \equiv \int_{\Gamma_{\bar{e}}} p_{ij}^*(x^a, \sigma_1)\psi_{\bar{a}}(\sigma_1)\mathrm{d}\Gamma_1, \tag{13a}$$

$$\mu_{ijab}^{(e)(f)} \equiv \int_{\Omega_f} u_{ik,l}^*(x^a, x_1)E_{klfm}^p(x_1)\varphi_{b,m}(x_1)\,\mathrm{d}\Omega_1.$$

In the course of estimating the governing equations for an element, Eqs. (12) and (13), the volume elements must be classified into three categories according to the criteria

$g<0$; elastic element,

$g=0$ and $L>0$; plastic element,

$g=0$ and $L<0$; unloading element.

The practical procedure in the numerical calculation is exactly the same as that of the finite element method.

In order to correlate the nodal values $\Delta u_{ia}^{(e)}$, $\Delta u_{i\bar{a}}^{(\bar{e})}$ and $\Delta p_{i\bar{a}}^{(\bar{e})}$ and the corresponding values in asembled system, $\Delta\Pi_{iA}$, and $\Delta P_{i\bar{A}}$, we introduce the Boolean matrices as follows [21] :

$$\Delta u_{ia}^{(e)}=\overset{(e)}{\Phi}{}_a^A\Delta\Pi_{iA},\quad \Delta u_{i\bar{a}}^{(\bar{e})}=\overset{(\bar{e})}{\Psi}{}_{\bar{a}}^{\bar{A}}\Delta\Pi_{iA},\quad \Delta p_{i\bar{a}}^{(\bar{e})}=\overset{(\bar{e})}{\Xi}{}_{\bar{a}}^{\bar{A}}\Delta P_{i\bar{A}}. \tag{14}$$

Use of Eq. (14) in Eq. (13) enables us to construct an assembled governing equation in Ω :

$$M_{ij}^{AB}\Delta\Pi_{jA}+N_{ij}^{\bar{A}\bar{B}}\Delta P_{j\bar{A}}=\Delta X_i^B, \tag{15}$$

where the coefficient matrices are defined by

$$M_{ij}^{AB}\equiv\sum_{e=1}^{E}\overset{(e)}{\Phi}{}_a^B\left[\delta_{ij}\overset{(e)}{\Phi}{}_a^A+\sum_{\bar{e}=1}^{\bar{E}}\overset{\bar{e}}{\Psi}{}_{\bar{a}}^{\bar{A}}\eta_{ija\bar{a}}^{(e)(\bar{e})}+\sum_{f=1}^{E}\overset{(e)}{\Phi}{}_b^A\,\mu_{ijab}^{(e)(f)}\right],$$

$$N_{ij}^{AB}\equiv-\sum_{e=1}^{E}\sum_{\bar{e}=1}^{\bar{E}}\overset{(e)}{\Phi}{}_a^B\overset{(\bar{e})}{\Xi}{}_{\bar{a}}^{\bar{A}}\delta_{ija\bar{a}}^{(e)(\bar{e})}, \tag{15a}$$

and the force incremeent matrix is given as

$$\Delta X_i^B\equiv\sum_{e=1}^{E}\overset{(e)}{\Phi}{}_a^B\Delta\chi_{ia}^{(e)}. \tag{15b}$$

By applying a similar procedure in Eq. (10), we obtain a governing equation on Γ :

$$G_{ij}^{A\bar{B}}\Delta\Pi_{jA}+H_{ij}^{\bar{A}\bar{B}}\Delta P_{j\bar{A}}=\Delta Y_i^{\bar{B}}, \tag{16}$$

with the notations defined by

$$G_{ij}^{A\bar{B}}\equiv\sum_{\bar{e}=1}^{\bar{E}}\overset{(\bar{e})}{\Xi}{}_{\bar{a}}^{\bar{B}}\left\{c\delta_{ij}\overset{(\bar{e})}{\Psi}{}_{\bar{a}}^{\bar{A}}+\sum_{\bar{f}=1}^{\bar{E}}\overset{(\bar{f})}{\Psi}{}_{\bar{b}}^{\bar{A}}\int_{\Gamma_{\bar{f}}}p_{ij}^{*}(\sigma^{a},\sigma_1)\psi_{\bar{b}}(\sigma_1)\mathrm{d}\Gamma_1+\right.$$

$$\left.+\sum_{e=1}^{E}\overset{(e)}{\Phi}{}_a^A\int_{\Omega_1}u_{ik,l}^{*}(\sigma^{\bar{a}},x_1)E_{klfm}^{e}(x_1)\varphi_{a,m}(x_1)\mathrm{d}\Omega_1\right\}, \tag{16a}$$

$$H_{ij}^{\bar{A}\bar{B}}\equiv-\sum_{\bar{e}=1}^{\bar{E}}\sum_{\bar{f}=1}^{\bar{E}}\overset{(\bar{e})}{\Xi}{}_{\bar{a}}^{\bar{B}}\overset{(\bar{f})}{\Xi}{}_{\bar{b}}^{\bar{A}}\int_{\Gamma_{\bar{f}}}u_{ij}^{*}(\sigma^{\bar{a}},\sigma_1)\varphi_{\bar{b}}(\sigma_1)\mathrm{d}\Gamma_1,$$

and

$$\Delta Y_{\bar{i}}^{\bar{B}} \equiv \sum_{\bar{e}=1}^{\bar{E}} \Xi_{\bar{a}}^{\bar{B}(\bar{e})} \Delta\chi_{\bar{i}\bar{a}}^{(\bar{e})}, \tag{16 b}$$

where

$$\left.\begin{aligned} \Delta\chi_{\bar{i}\bar{a}}^{(\bar{e})} &\equiv \Delta\chi(\sigma^{\bar{a}}) \\ \bar{c} &\equiv c(\sigma^{\bar{a}}) \end{aligned}\right\}; \quad \sigma_{\bar{a}} \in \Gamma_{\bar{e}}. \tag{16 c}$$

Eqs. (15) and (16) are the final discretized governing equations. These equations can be rewritten briefly as

$$K\omega = F \tag{17}$$

if the following formal matrices are introduced :

$$K \equiv \begin{Vmatrix} M_{ij}^{AB} & N_{ij}^{A\bar{B}} \\ G_{ij}^{\bar{A}B} & H_{ij}^{\bar{A}\bar{B}} \end{Vmatrix}, \quad \omega \equiv \begin{Vmatrix} \Delta\Pi_{jA} \\ \Delta P_{j\bar{A}} \end{Vmatrix}, \quad F = \begin{Vmatrix} \Delta X_i^B \\ \Delta Y_{\bar{i}}^{\bar{B}} \end{Vmatrix}. \tag{17 a}$$

Now let us suppose that the boundary Γ_u contains $\bar{N}_u$ nodes, while Γ_p contains $\bar{N}_p \equiv \bar{N} - \bar{N}_u$ nodes. Therefore, among $3\bar{N}$ components of $\Delta P_{j\bar{A}}$, $3\bar{N}_u$ are the actual unknowns, and also among $3\bar{N}$ components of $\Delta\Pi_{jA}$ on Γ, $3\bar{N}_p$ are the actual unknowns. Thus $\Delta\Pi_{jA}$ has actually $3(N+\bar{N}_p)$ unknowns in $\Omega+P$. By rearranging Eq. (17) so that only the actual unknowns, say $\hat{\omega}$, remain in the left-hand side of the equation, we arrive at

$$\hat{K}\hat{\omega} = \hat{F}. \tag{18}$$

The dimension of $\hat{\omega}$ is, as can be seen from the discussion made above, $3(N+\bar{N})$, while the number of the equation is also $3(N+\bar{N})$. This enables us to solve Eq. (18) in $\hat{\omega}$ consistently.

The current values of the displacement (and of the strain and the stress) for the next step can be obtained by adding the incremental values calculated to the present total values.

Acknowledgement. The authors express their cordial thanks to Prof. Dr. V.F. Poteraşu for his interest in this work.

Appendix. We assume that the total strain rate $\dot{\varepsilon}$ can be decomposed into the elastic and the plastic parts

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p. \tag{A1}$$

If the elastic deformation is proposed to be independent of the plastic deformation, the elastic deformation might be described by

$$\dot{S} = E : \dot{\varepsilon}^e + \Theta\dot{\theta}, \tag{A2}$$

where E and Θ are the elastic moduli tensor and the thermoelastic moduli tensor, respectively.

The plastic strain rate $\dot{\varepsilon}^p$ ia assumed to be determined from the associated flow rule

$$\dot{\varepsilon}^p = \begin{cases} \mu g_S & \text{for } g=0,\ L>0 \\ 0 & \text{for } g<0 \text{ or } g=0,\ L\leqslant 0, \end{cases} \tag{A3}$$

where $g(S, \theta, \varkappa, \pi)$ is the yield function and μ is a positive coefficient to be determined. The loading rate L is defined by

$$L \equiv g_S : \dot{S} + g_\theta \dot{\theta}. \tag{A 4}$$

The suffix on g means the partial differentiation, i.e., for example, $g_S \equiv \partial g / \partial S$. The scalar-valued internal state variable $\varkappa$ and the symmetric tensor-valued internal state variable of the second rank π, which characterize the work-hardening property of the material, may be postulated to be determined from the evolutional equations

$$\dot{\varkappa} = K(S, \theta, \varkappa, \pi) : \dot{\varepsilon}^p, \quad \dot{\pi} = \Pi(S, \theta, \varkappa, \pi) : \dot{\varepsilon}^p. \tag{A 5}$$

By substituting Eqs. (A3) and (A5) into Prager's compatibility condition

$$\dot{g} = 0, \tag{A 6}$$

the coefficient μ in Eq. $(A3)_1$ can be determined. Equation $(A3)_1$ is then read as

$$\dot{\varepsilon}^p = -[(g_\varkappa K + g_\pi : \Pi) : g_S]^{-1} \; [(g_S \otimes g_S) : \dot{S} + g_\theta g_S \dot{\theta}]. \tag{A 7}$$

Eqs. (A7), (A1) and (A2) are combined to yield the constitutive equation of the thermoplastic materials

$$\dot{S} = (E + E^p) : \dot{\varepsilon} + (\Theta + \Theta^p)\dot{\theta}, \tag{A 8}$$

where

$$\begin{aligned} E^p &\equiv \lambda (E : g_S) \otimes (g_S : E), \\ \Theta^p &\equiv \lambda (E : g_S)(g_\theta + g_S : \Theta), \\ \lambda &\equiv [(g_\varkappa K + g_\pi : \Pi) : g_S - g_S : E : g_S]^{-1}. \end{aligned} \tag{A 9}$$

Eqs. (2) is an incremental version of Eq. (A 8).

Received December 5, 1980

University of Osaka Prefecture,
Department of Aeronautical Engineering
and
Osaka University,
Department of Mechanical Engineering,
Osaka, Japan

REFERENCES

1. Cruse T.A., *Numerical Solutions in Three Dimensional Elastic Stress Analysis.* Int. J. Solids Structures, 5, 1259—1274 (1969).
2. Cruse T.A., Rizzo F.J., *A Direct Formulation and Numerical Solution of the General Transient Elastodynamic Problem* (I). J. Math. Anal. Appl., 22, 244—259 (1968); Cruse T.A., *A Direct Formulation and Numerical Solution of the General Transient Elastodynamic Problem* (II). J. Math. Anal. Appl., 22, 341—355 (1968).
3. Brebbia C.A., *The Boundary Element Method for Engineers.* Pentech Press, London, 1978.
4. Rizzo F.J., Shippy D.J., *An Advanced Boundary Integral Equation Method for Three-dimensional Thermoelasticity.* Int. J. Num. Methods Engng,, 11, 1753—1768 (1977).
5. Mendelson A., *Boundary-Integral Methods in Elasticity and Plasticity.* NASA TND-7 418, 1973.
6. Cruse T.A., Rizzo F.J. (Eds.), *Boundary-Integral Equation Method: Computational Applications in Applied Mechanics.* AMD—Vol. 11, ASME, New York (1975).
7. Brebbia C.A. (Ed.), *Recent Advances in Boundary Element Methods.* Pentech Press, London, 1978.

8. Tanaka K., Tanaka M., *Time-Space Boundary Elements for Transient Heat Conduction Problems*. Appl. Math. Modelling, 4, 331—334 (1980).
9. Tanaka M., Tanaka K., *Boundary Element Formulation for Transient Thermoelastic Problems*. Nucl. Engng. Design (in press).
10. Tanaka K., Tanaka M., *Time-Space Boundary Element Formulation to Boundary Value Problems*. Appl. Math. Modelling, 4 (1980).
11. Swedlow J.L., Cruse T.A., *Formulation of Boundary Integral Equations for Three-dimensional Elasto-Plastic Flow*. Int. J. Solids Structures, 7, 1673—1684 (1971).
12. Rzasnicki W., Mendelson A., Albers L.U., Raftopoulos D.D., *Application of Boundary Integral Method to Elastoplastic Analysis of V-notched Beams*. NASA TND—7637, 1974.
13. Kumar V., Mukherjee S., *A Boundary-integral Equation Formulation for Time-dependent Inelastic Deformation in Metals*. Int. J. Mech. Sci., 19, 713—724 (1977).
14. Mukherjee S., *Corrected Boundary-integral Equations in Planar Thermoelastoplasticity*. Int. J. Solids Structures, 13, 331—335 (1977).
15. Bui H.D., *Some Remarks about the Formulation of Three-dimensional Thermoelastoplastic Problems by Integral Equations*. Int. J. Solids Structures., 14, 935—939 (1978).
16. Mukherjee S., Kumar V., *Numerical Analysis of Time-dependent Inelastic Deformation in Metallic Media using the Boundary-integral Equation Method*. ASME, J. Appl. Mech., 45, 785—790 (1978).
17. Brebbia C.A., Walker S., *Boundary Element Techniques in Engineering*, Newnes-Butterworths, London, 1980.
18. Tanaka K., Tanaka M., *A Boundary Element Formulation for Coupled Thermoelastic Problems* (I) (II). Rev. Roum. Sci. Tech., Ser. Mec. Appl., 25 (1980).
19. Mikhlin S.G., *Multidimensional Singular Integrals and Integral Equations*. Pergamon Press, Oxford, 1965.
20. Kupradze V.D., *Potential Methods in the Theory of Elasticity*. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965.
21. Oden J.T., *Finite Elements of Nonlinear Continua*. McGraw-Hill, New York, 1972.

O NOUĂ METODĂ CU ELEMENTE FINITE, UTILIZÎND ELEMENTE DE VOLUM, APLICATĂ LA PROBLEME DE TERMOELASTICITATE

(Rezumat)

Se propune o nouă schemă de discretizare cu elemente finite şi se discută aplicarea sa la probleme de termoplasticitate. Frontiera şi domeniul interior sînt complet discretizate într-un număr finit de elemente astfel încît variaţia deplasării necunoscute din integralele de volum să poată fi evaluată explicit. Ecuaţiile integrale care descriu problema se deduc dintr-o formulare reziduală ponderată în care soluţia fundamentală a elasticităţii este utilizată ca funcţie pondere. Ele se discretizează cu ajutorul funcţiilor de interpolare, obţinînd un sistem de ecuaţii liniare simultane, care conduc la deplasarea incrementară corespunzătoare unei trepte de încărcare, fără nici o procedură iterativă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.Z.539.377

UNELE PROBLEME PRIVIND MEDII OMOGENE ŞI IZOTROPE ÎN TEORIA GENERALIZATĂ A TERMOELASTICITĂŢII LINIARE

DE

ELISABETA RUSU

Ecuaţiile de bază ale teoriei generalizate a termoelasticităţii liniare pentru medii omogene cu centru de simetrie izotrope şi anizotrope, au fost stabilite de A. E. Green şi K. Lindsay [1].

A. E. Green [2] a studiat propagarea undelor de acceleraţie pentru medii omogene izotrope cu centru de simetrie. În cele ce urmează se extind unele rezultate privind ecuaţiile undelor din teoria termoelasticităţii liniare clasice pentru ecuaţiile teoriei generalizate a termoelasticităţii liniare.

Se consideră un mediu omogen izotrop cu centru de simetrie.

În cazul mediilor anizotrope ecuaţiile de bază ale teoriei generalizate a termoelasticităţii liniare sînt [1] :

a) ecuaţiile de mişcare

$$t_{ij,j}+\rho F_i=\rho\ddot{u}_i\,; \tag{1}$$

b) ecuaţia energiei

$$\theta_0\rho\dot{\eta}+q_{i,i}=\rho r\,; \tag{2}$$

c) ecuaţiile constitutive

$$\begin{aligned} t_{ij}&=C_{ijkl}e_{kl}+a_{ij}(\theta+\alpha\dot{\theta}),\\ \rho\eta&=a+d\theta+h\dot{\theta}-a_{ij}e_{ij}\,;\\ q_i&=-\theta_0 k_{ij}\theta_{,j}\,; \end{aligned} \tag{3}$$

d) relaţiile geometrice

$$e_{ij}=\tfrac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i}). \tag{4}$$

Notaţiile sînt cele obişnuite.

În cazul mediilor omogene izotrope cu centru de simetrie, ecuaţia constitutivă pentru tensiuni $(3)_1$ se înlocuieşte cu

$$t_{ij}=\lambda e_{rr}\delta_{ij}+2\mu e_{ij}-m(\theta+\alpha\dot{\theta})\delta_{ij}, \tag{5}$$

astfel că ecuația de mișcare și ecuația energiei devin respectiv

$$\mu\Delta\mathbf{u}+(\lambda+\mu)\,\text{grad div}\,\mathbf{u}-m\,\text{grad}\,(\theta+\alpha\dot{\theta})+\mathbf{b}=\rho\ddot{\mathbf{u}}, \tag{6}$$

$$k\Delta\theta-d\dot{\theta}-h\ddot{\theta}-\theta_0 m\,\text{div}\,\dot{\mathbf{u}}=-Q,$$

unde s-a notat $\mathbf{b}=\rho\mathbf{F}$ și $Q=\rho r$.

Pentru formularea problemei complete la sistemul (6) se adaugă condiții inițiale și pe frontieră. În lucrare se extind unele rezultate din monografiile lui D. Carlson [3] și D. Ieșan [4].

Teorema 1. *Fie* $\mathbf{u}\in C^{3,2}$, $\theta\in C^{3,2}$, $\mathbf{b}\in C^{1,0}$ *pe* $B\times(0,t_0)$ *astfel că* $\mathbf{u}$, θ, $\mathbf{b}$ *satisfac* $(6)_1$. *Atunci* $\mathbf{u}$, θ, *și* $\mathbf{b}$ *satisfac ecuațiile undelor dilataționale și rotaționale*

$$\Box_1\,\text{div}\,\mathbf{u}=\frac{1}{\lambda+2\mu}[m\Delta(\theta+\alpha\dot{\theta})-\text{div}\,\mathbf{b}], \tag{7}$$

$$\Box_2\,\text{rot}\,\mathbf{u}=-\frac{1}{\mu}\,\text{rot}\,\mathbf{b}, \tag{8}$$

unde

$$\Box_1=\Delta-\frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2},\qquad \Box_2=\Delta-\frac{1}{c_2^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}, \tag{9}$$

$$c_1^2=\frac{\lambda+2\mu}{\rho},\qquad c_2^2=\frac{\mu}{\rho}.$$

Demonstrație. Aplicăm ecuației $(6)_1$ operatorul divergență și rezultă

$$\left[(\lambda+2\mu)\Delta-\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\text{div}\,\mathbf{u}=m\Delta\left(\theta+\alpha\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)-\text{div}\,\mathbf{b},$$

care este (7) cu notațiile (9). Aplicăm operatorul rotor la ecuația $(6)_1$ și obținem (8) cu notațiile (9). Observăm că ecuația (8) a undei rotaționale este identică cu cea din teoria elastodinamicii și teoria clasică a termoelasticității liniare, independentă de temperatură.

Teorema care urmează stabilește o ecuație pentru temperatură care este independentă de deplasare.

Teorema 2. *Fie* $\mathbf{u}\in C^{3,3}$, $\theta\in C^{4,4}$, $\mathbf{b}\in C^{1,1}$ *și* $Q\in C^{2,2}$ *pe* $B\times(0,t_0)$ *satisfăcînd ecuațiile* (6). *Atunci* θ, $\mathbf{b}$ *și* Q *satisfac următoarea ecuație a temperaturii*:

$$kc_1^2\Delta\Delta\theta-\left(dc_1^2+\frac{\theta_0 m^2}{\rho}\right)\Delta\dot{\theta}-\left(k+\frac{\theta_0 m^2\alpha}{\rho}+hc_1^2\right)\Delta\ddot{\theta}+ \tag{10}$$

$$+d\dddot{\theta}+h\overset{(iv)}{\theta}=-\frac{\theta_0 m}{\rho}\,\text{div}\,\mathbf{b}-c_1^2\,\Box_1 Q.$$

Demonstrație. Deoarece în ipotezele teoremei 2, are loc teorema 1, rezultă că are loc și relația (7). Considerăm ecuațiile (7) și $(6)_2$:

$$\Box_1\,\text{div}\,\mathbf{u}=\frac{m}{\lambda+2\mu}\Delta\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\theta-\frac{1}{\lambda+2\mu}\,\text{div}\,\mathbf{b},$$

$$\left(k\Delta - d\frac{\partial}{\partial t} - h\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\theta = -Q + \theta_0 m\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{div}\mathbf{u}.$$

Aplicăm la prima ecuație $\theta_0 m\partial/\partial t$, la a doua $\square_1$, sumăm rezultatele, înmulțim cu c_1^2 și obținem

$$\left[\left(c_1^2\Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left(k\Delta - d\frac{\partial}{\partial t} - h\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) - \frac{\theta_0 m^2}{\rho}\Delta\frac{\partial}{\partial t}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\right]\theta =$$

$$= -c_1^2\square_1 Q - \frac{\theta_0 m}{\rho}\operatorname{div}\dot{\mathbf{b}},$$

în care efectuăm calculele și obținem ecuația (10).

Observație. Analog putem obține și ecuația pe care o verifică div **u**.

Vom presupune că $\mathbf{u}\in C^{5,4}$, $\mathbf{b}\in C^{3,2}$ și $Q\in C^{2,1}$, $\theta\in C^{3,2}$ și satisfac ecuațiile (6).

Atunci div **u** satisface ecuația

$$kc_1^2\Delta\Delta\operatorname{div}\mathbf{u} - \left(dc_1^2 + \frac{\theta_0 m^2}{\rho}\right)\Delta\operatorname{div}\dot{\mathbf{u}} -$$

$$-\left(k + \frac{\theta_0 m^2\alpha}{\rho} + hc_1^2\right)\Delta\operatorname{div}\ddot{\mathbf{u}} + d\operatorname{div}\dddot{\mathbf{u}} + h\operatorname{div}\overset{(iv)}{\mathbf{u}} = \tag{11}$$

$$= -\frac{m}{\rho}(\Delta Q + \alpha\Delta\dot{Q}) - \frac{1}{\rho}(k\Delta\operatorname{div}\mathbf{b} - d\operatorname{div}\dot{\mathbf{b}} - h\operatorname{div}\ddot{\mathbf{b}}).$$

Rezultă că în cazul în care forța masică și sursa sînt nule, temperatura θ și dilatarea div **u** satisfac aceeași ecuație.

Presupunem că forța masică **b** este continuă pe $\mathbf{B}\times(0, t_0)$ și este de clasă $C^{2,1}$ pe $B\times(0, t_0)$. Atunci avem descompunerea Helmholtz

$$\mathbf{b} = \operatorname{grad}\varkappa + \operatorname{rot}\bar{\nu}, \tag{12}$$

unde $\varkappa$ și ν sînt de clasă $C^{2,1}$ pe $B\times(0,t_0)$ iar div $\nu = 0$.

De asemenea, presupunem că $m=0$ (în caz contrar efectele mecanice și termice sînt complet necuplate).

Substituind descompunerea Helmholtz

$$\mathbf{u} = \operatorname{grad}\varphi + \operatorname{rot}\bar{\psi} \tag{13}$$

în ecuația $(6)_1$ avem

$$\operatorname{grad}[(\lambda+2\mu)\Delta\varphi - \rho\ddot{\varphi} - m(\theta+\alpha\dot{\theta}) + \varkappa] +$$

$$+\operatorname{rot}[\mu\Delta\bar{\psi} - \rho\ddot{\bar{\psi}} + \bar{\nu}] = 0.$$

Această ecuație poate fi satisfăcută dacă luăm

$$\square_1\varphi = \frac{1}{\lambda+2\mu}[m(\theta+\alpha\dot{\theta}) - \varkappa],$$

$$\square_2\bar{\psi} = -\frac{1}{\mu}\bar{\nu}. \tag{14}$$

Mai avem ecuația $(6)_2$ care cu notația

$$\square_1 = k\Delta - d\frac{\partial}{\partial t} - h\frac{\partial^2}{\partial t^2} \tag{15}$$

se scrie, ținînd seama de (13):

$$\square_1\theta - \theta_0 m\frac{\partial}{\partial t}\Delta\varphi = -Q. \tag{16}$$

Pentru a obține ecuațiile pe care le satisfac funcțiile φ și θ aplicăm lui $(14)_1$ operatorul $\square_1$ iar lui (16) operatorul $\frac{m}{\lambda+2\mu}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)$ și adunăm rezultatele:

$$\left[\square_1\square_1 - \frac{\theta_0 m^2}{\lambda+2\mu}\frac{\partial}{\partial t}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\Delta\right]\varphi = -\frac{1}{\lambda+2\mu}\square_1\varkappa - \tag{17}$$
$$-\frac{m}{\lambda+2\mu}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)Q.$$

Aplicăm $\theta_0 m\partial/\partial t$ la (14), $\square_1$ la (16) și adunăm rezultatele

$$\left[\square_1\square_1 - \frac{\theta_0 m^2}{\lambda+2\mu}\frac{\partial}{\partial t}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\Delta\right]\theta = -\frac{\theta_0 m}{\lambda+2\mu}\frac{\partial}{\partial t}\Delta\varkappa - \square_1 Q. \tag{18}$$

Spre deosebire de cazul clasic, din ecuația (14) nu putem afla imediat funcția θ atunci cînd φ este cunoscut din (17). Rezultă doar

$$\theta + \alpha\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\lambda+2\mu}{m}(\square_1\varphi + \varkappa).$$

Ecuația (13) unde φ satisface (17) iar $\overline{\psi}$ satisface $(14)_2$ este folosită la separarea undelor longitudinale și transversale. Observăm că dacă sursa și forța motoare sînt nule, ecuațiile pe care le satisfac funcțiile φ și θ respectiv (17) și (18), coincid.

În concluzie, în teoria generalizată a termoelasticității liniare nu se poate obține soluția lui D e r e s i e v i c i Z o r k i.

Primită la 15 iulie 1981

Institutul politehnic Iași,
Catedra de mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. G r e e n A.E., L i n d s a y K.A., *Thermoelasticity.* J. Elasticity, *2*, 1–7 (1972).
2. G r e e n A.E., *A Note on Linear Thermoelasticity.* Mathematica, **19**, part. I, *37*, 69–76 (1972).
3. C a r l s o n D.F., *Linear Thermoelasticity.* În *Handbuch der Physik*, Vol. **VI**-a 2 (Ed. C. T r u e s d e l l) Springer Verlag, Berlin–Heidelberg–NewYork, 1972, pp. 297–345.
4. I e ș a n D., *Teoria termoelasticității.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1979.

SUR CERTAINS PROBLÈMES CONCERNANT LES MILIEUX HOMOGÈNES ET ISOTROPES DANS LA THÉORIE GÉNÉRALISÉ DE L'ÉLASTICITÉ LINÉAIRE

(Resumé)

On met en évidence certaines propriétés de l'équation d'onde dans la théorie généralisée de l'élasticité linéaire. En particuler, la solution de D é r é s i e v i t s c h Z o r k i, ne peut avoir lieu.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.C.539.31

THE THEORY OF PLATES WITH MICROSTRUCTURE

BY

I. IBĂNESCU

1. Introduction. The present paper is concerned with some results in the linear theory of homogeneous and isotropic micropolar elastic plates. By using the Lagrange's variational principle we establish the system of equilibrium equations, and natural boundary conditions. The plate is assumed to consist of isotropic no centro-symmetric material.

Let V be the region occupied by a three-dimensional body. We refer the motion of the body to fixed rectangular Cartesian axes. In linear theory of micropolar elasticity, the internal energy is given as follows:

$$\psi=\frac{\lambda}{2}\theta^2+\frac{\mu+\varkappa}{2}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}+\frac{\mu-\varkappa}{2}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ji}+(\omega_1+\omega_2)\chi_{ij}\varepsilon_{ij}+$$
$$+(\omega_1-\omega_2)\varepsilon_{ij}\chi_{ji}+\omega_3\theta\bar{\theta}+\frac{\beta}{2}\bar{\theta}^2+\frac{\gamma+\varepsilon}{2}\chi_{ij}\chi_{ij}+\frac{\gamma-\varepsilon}{2}\chi_{ij}\chi_{ji}, \tag{1.1}$$

where λ, μ, $\varkappa$, ω_1, ω_2, w_3, β, γ, ε are the elastic constants of the material and

$$\varepsilon_{ij}=\mu_{j,i}+\in_{kji}\varphi_k,\quad \chi_{ij}=\varphi_{j,i},\quad \theta=\varepsilon_{ii}=\varepsilon_{11}+\varepsilon_{22}+\varepsilon_{33},$$
$$\bar{\theta}=\chi_{ii}=\chi_{11}+\chi_{22}+\chi_{33}. \tag{1.2}$$

In these equations we have used the following notations: u_i — the components of the displacement vector, φ_i — the components of micro-rotation vector; ε_{ij} and χ_{ij} — the kinematic characteristics of the strain and $\in_{kji}$ — the permutation operator.

By use the equations

$$t_{ij}=\frac{\partial\psi}{\partial\varepsilon_{ij}},\qquad c_{ij}=\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\chi_{ij}},$$

where t_{ij} and c_{ij} $(i, j=1, 2, 3)$ are the components of stress and couple-stress tensors, we find

$$t_{ij}=\lambda\theta\delta_{ij}+(\mu+\varkappa)\varepsilon_{ij}+(\mu-\varkappa)\varepsilon_{ji}+(\omega_1+\omega_2)\chi_{ij}+(\omega_1-\omega_2)\chi_{ji}+\omega_3\bar{\theta}\delta_{ij},$$
$$c_{ij}=(\omega_1+\omega_2)\varepsilon_{ij}+(\omega_1-\omega_2)\varepsilon_{ji}+\omega_3\theta\delta_{ij}+\beta\bar{\theta}\delta_{ij}+ \tag{1.3}$$
$$+(\gamma+\varepsilon)\chi_{ij}+(\gamma-\varepsilon)\chi_{ji},$$

or, equivalently

$$\varepsilon_{ij}=\left(\frac{1+\nu_1}{E_1}+A\right)t_{ij}+\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+B\right)c_{ij}+Bc_{ji}+At_{ji}-\frac{\nu_1}{E_1}s\delta_{ij}-\frac{\nu_2}{E_2}\bar{s}\delta_{ij},$$

(1.4)

$$\chi_{ij}=\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+B\right)t_{ij}+\left(\frac{1+\nu_3}{E_3}+C\right)c_{ij}+Cc_{ji}+Bt_{ji}-\frac{\nu_2}{E_2}s\delta_{ij}-\frac{\nu_3}{E_3}\bar{s}\delta_{ij}.$$

In these equations we have used the Kronecker's delta δ_{ij} and the elastic moduli E_1, E_2, E_3, ν_1, ν_2, ν_3, with

$$A=-\frac{4(\mu-\varkappa)\gamma\varepsilon+4\omega_2^2\gamma-4\omega_1^2\varepsilon}{16(\mu\gamma-\omega_1^2)(\varkappa\varepsilon-\omega_2^2)},$$

$$B=\frac{\mu\gamma\omega_2-\varkappa\varepsilon\omega_1-\omega_1\omega_2(\omega_1+\omega_2)}{4(\mu\gamma-\omega_1^2)(\varkappa\varepsilon-\omega_2^2)},$$

$$C=\frac{\varkappa\omega_1^2+\varkappa\mu\varepsilon-\mu\omega_2^2-\mu\varkappa\gamma}{4(\mu\gamma-\omega_1^2)(\varkappa\varepsilon-\omega_2^2)};$$

(1.5)

$$\frac{1+\nu_1}{E_1}=\frac{\varepsilon}{2(\varkappa\varepsilon-\omega_2^2)},\quad \frac{1+\nu_2}{E_2}=-\frac{\omega_2}{2(\varkappa\varepsilon-\omega_2^2)},\quad \frac{1+\nu_3}{E_3}=\frac{\varkappa}{2(\varkappa\varepsilon-\omega_2^2)};$$

$$\frac{\nu_1}{E_1}=\frac{(3\beta+2\gamma)(\lambda\gamma-\omega_1\omega_2)+(3\omega_3+2\omega_1)(\omega_1\beta-\gamma\omega_3)}{2(\mu\gamma-\omega_1^2)[(3\lambda+2\mu)(3\beta+2\gamma)-(3\omega_3+2\omega_1)^2]},$$

$$\frac{\nu_2}{E_2}=\frac{(3\lambda+2\mu)(\gamma\omega_3-\omega_1\beta)+(3\omega_3+2\omega_1)(\omega_1\omega_3-\lambda\gamma)}{2(\mu\gamma-\omega_1^2)[(3\lambda+2\mu)(3\beta+2\gamma)-(3\omega_3+2\omega_1)^2]},$$

$$\frac{\nu_3}{E_3}=\frac{(3\lambda+2\mu)(\mu\beta-\omega_1\omega_3)+(3\omega_3+2\omega_1)(\omega_1\lambda-\mu\omega_3)}{2(\mu\gamma-\omega_1^2)[(3\lambda+2\mu)(3\beta+2\gamma)-(3\omega_3+2\omega_1)^2]}$$

and

(1.6)

$$s=t_{kk}=t_{11}+t_{22}+t_{33},\quad \bar{s}=c_{kk}=c_{11}+c_{22}+c_{33}.$$

When (1.4) are insered into (1.1) we obtain the expression of internal energy in term of stress and couple-stress, namely

$$\psi=\frac{1}{2}\left(\frac{1+\nu_1}{E_1}+A\right)t_{ij}t_{ij}+\frac{1}{2}At_{ij}t_{ji}+\frac{1}{2}\left(\frac{1+\nu_3}{E_3}+C\right)c_{ij}c_{ij}+$$

(1.7)

$$+\frac{1}{2}Cc_{ij}c_{ji}+\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+B\right)t_{ij}c_{ij}+Bt_{ij}c_{ji}-$$

$$-\frac{1}{2}\frac{\nu_1}{E_1}s^2-\frac{1}{2}\frac{\nu_2}{E_2}s\bar{s}-\frac{1}{2}\frac{\nu_3}{E_3}\bar{s}^2.$$

2. Formulation of the Problem. Consider an elastic plate of uniform thickness $2h$, with the middle plane coinciding with x_1Ox_2-plane. Let denote by $\mathcal{D}$ the middle-section and by Γ the boundary of $\mathcal{D}$.

We consider the case of a plate subjected to deformation by an arbitrary system of stresses and couple-stresses acting upon the faces $x_3=\pm h$ and by an arbitrary system of traction and couples or displacements and microtations distributed over the cylindrical surface of the plate. The plate is assumed to consist of isotropic no centro-symmetric material. The effects of body forces and body couples are disregarded. We denote by $\widehat{P}_i$, $\widehat{M}_i$ — the components of surface traction ; t, n — the tangential and normal directions to an element of the cylindrical plate boundary ; M_n, M_{nt}, Q_n — the bending moment, twisting moment and shearing force parallel to x_3 - axis measured per unit lenght in a section of the plate perpendicular to the n direction. The boundary conditions upon the faces are assumed to be :

$$\widehat{P}_i(x_1, x_2, \pm h)=\pm\frac{1}{2}p(x_1,x_2)\delta_{i3},$$

$$\widehat{M}_\rho(x_1, x_2, \pm h)=\pm\frac{1}{2}q_\rho(x_1,x_2), \quad (\rho=1, 2) \tag{2.1}$$

$$\widehat{M}_3(x_1,x_2, \pm h)=0,$$

where $p(x_1,x_2)$ and $q_\rho(x_1, x_2)$ are measured per unit area of the middle-surface.

In order to establish an approximate theory the following hypotheses [1] are used :

i) In the middle plane of the plate the microdeformations are absent. During the deformation, the elements of the median section are subjected only to microdeformations.

ii) The point of the plate lying initially on a normal to the middle plane remains after deformation on the normal to the middle surface of the plate and the normal suffers no extensions.

iii) There are no local rotations about x_3-axis,

iv) The local rotations do not vary in the transverse direction to the plate.

v) The normal stress t_{33} and the couple-stress c_{13}, c_{23} and c_{33} are small compared with other stresses and couple-stresses respectively and can be neglected.

vi)The plate thickness is small as compared with its other dimension.

3. The Equations of Equilibrium. The equations of micropolar elasticity with independent local rotations and with no body forces and body couples are as follows:

Equilibrium equations

$$t_{ij,i}=0, \qquad c_{ij,i}+\in_{jkl}t_{kl}=0\ ; \tag{3.1}$$

Kinematical relations ; Constitutive equations or *Boundary conditions*

$$t_{ij}n_i=\widehat{P}_j, \qquad c_{ij}n_i=\widehat{M}_j. \tag{3.2}$$

Throughout this paper Latin indices have the range 1, 2, 3, Greek indices have the range 1,2 and the usual summation convention is employed.

We use comma for partial differentiation with respect to Cartesian coordinates x_k.

There exists two ways for solving the problem : the exact treatment as three-dimensional problems and the two-dimensional treatment which consists in approximating it by a two-dimensional one. We shall use the second way.

We may take the components of displacement vector u_i and microrotation in the form :

$$u_3(x_1, x_2, x_3)=w(x_1, x_2), \quad u_\rho(x_1, x_2, x_3)=-x_3 w_{,\rho}(x_1, x_2),$$
$$\varphi_\rho=\varphi_\rho(x_1, x_2), \quad \varphi_3(x_1, x_2, x_3)=0. \tag{3.3}$$

We define the two-dimensional measure of strain $k_{\rho\delta}$, k_ρ and $\varkappa_{\rho\delta}$ in the form

$$k_{\rho\delta}=k_{\delta\rho}=-w_{,\rho\delta}, \quad k_\rho=w_{,\rho}+\varepsilon_{\rho\delta}\varphi_\delta \quad \varkappa_{\rho\delta}=\varphi_{\delta,\rho}.$$

We have

$$x_3 k_{\alpha\beta}=\frac{1+\nu_1}{E_1}=\left(\frac{1+\nu_1}{E_1}+2A\right)t_{(\alpha\beta)}+\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+2B\right)c_{(\alpha\beta)}-$$
$$-\frac{\nu_1}{E_1}t_{kk}\delta_{\alpha\beta}-\frac{\nu_2}{E_2}c_{kk}\delta_{\alpha\beta},$$

$$\chi_{(\alpha\beta)}=\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+2B\right)t_{\alpha\beta}+\left(\frac{1+\nu_3}{E_3}+2C\right)c_{(\alpha\beta)}-\frac{\nu_2}{E_2}t_{kk}\delta_{\alpha\beta}-\frac{\nu_3}{E_3}c_{kk}\delta_{\alpha\beta}, \tag{3.4}$$

$$0=\frac{1+\nu_1}{E_1}t_{[\alpha\beta]}+\frac{1+\nu_2}{E_2}c_{[\alpha\beta]}, \quad \chi_{[\alpha\beta]}=\frac{1+\nu_2}{E_2}t_{[\alpha\beta]}+\frac{1+\nu_3}{E_3}c_{[\alpha\beta]},$$

where $(\cdots)$, $[\cdots]$ are the symmetric and skew-symmetric part of a tensor.

In view of (i)–(v) we are neglecting t_{33} and c_{33} and write the components

$$t_{(\alpha\beta)}=2\Delta_3\left\{-x_3\left[\left(\frac{1+\nu_3}{E_3}+2C\right)w_{,\alpha\beta}+D_5\Delta w\delta_{\alpha\beta}\right]+\right.$$
$$\left.+\left[D_6\varphi_{\lambda,\lambda}\delta_{\alpha\beta}-\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+2B\right)\chi_{(\alpha\beta)}\right]\right\},$$

$$c_{(\alpha\beta)}=2\Delta_3\left\{-x_3\left[-\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+2B\right)w_{,\alpha\beta}+D_7\Delta w\delta_{\alpha\beta}\right]+\right. \tag{3.5}$$
$$\left.+\left[-D_8\varphi_{\lambda,\lambda}\delta_{\alpha\beta}+\left(\frac{1+\nu_1}{E_1}+2A\right)\chi_{(\alpha\beta)}\right]\right\},$$

$$t_{[\alpha\beta]}=-2\Delta_2\frac{1+\nu_2}{E_2}\chi_{[\alpha\beta]}, \quad c_{[\alpha\beta]}=2\Delta_2\frac{1+\nu_1}{E_1}\chi_{[\alpha\beta]},$$

where $\Delta_2, \ldots, \Delta_4$, $D_1, \ldots, D_8$ are functions of the coefficients ν_1, ν_2, ν_3, E_1, E_2, E_3, A, B and C.

For example

$$\Delta_4=\left(\frac{1-\nu_1}{E_1}+2A\right)\left(\frac{1-\nu_3}{E_3}+2C\right)-\left(\frac{1-\nu_2}{E_2}+2B\right)^2,$$

$$D_1=\frac{1}{\Delta_4}\left[\frac{\nu_1}{E_1}\frac{1-\nu_3}{E_3}+2C\right)-\frac{\nu_2}{E_2}\left(\frac{1-\nu_2}{E_2}+2B\right)\Bigg], \tag{3.6}$$

$$D_5=D_1\left(\frac{1+\nu_3}{E_3}+2C\right)-D_3\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+2B\right),$$

Δ being Laplace's operator in two-dimensions $\Delta=\partial^2/\partial x_1^2+\partial^2/\partial x_2^2$.

The remaining stresses and couple-stresses can be obtained by using the equilibrium equations. We find finally

$$t_{3\beta}=-\Delta_3(h^2-x_3^2)\left[D_5+\left(\frac{1+\nu_3}{E_3}+2C\right)\right]\Delta w_{,\beta}+$$

$$+(h-x_3)D_3\left[D_6\varphi_{\lambda,\lambda\beta}-\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+2B\right)\chi_{(\alpha\beta),\alpha}\right]-2(h-x_3)\Delta_2\frac{1+\nu_2}{E_2}\chi_{[\alpha\beta],\alpha},$$

$$t_{\beta 3}=t_{3\beta}+4\Delta_2\frac{1+\nu_3}{E_3}(w_{,\alpha}+\in_{\alpha\lambda}\varphi_\lambda),\quad(\in_{\lambda\alpha}=\in_{\lambda\alpha 3}),$$

$$c_{3\beta}=-2\Delta_3\left\{(h^2-x_3^2)\left[D_7-\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+2B\right)\right]\Delta w_{,\beta}-\right. \tag{3.7}$$

$$-(h-x_3)\left[-D_8\varphi_{\lambda,\lambda\beta}+\left(\frac{1+\nu_1}{E_1}+2A\right)\chi_{(\alpha\beta),\alpha}\right]+$$

$$+2\Delta_2(h-x_3)\frac{1+\nu_1}{E_1}\chi_{[\alpha\beta],\alpha}+2\Delta_2\in_{\beta\lambda}(h-x_3)\frac{1+\nu_3}{E_3}[w_{,\lambda}+\in_{\lambda\delta}\varphi_\delta],$$

$$c_{\beta 3}=c_{3\beta}-4\Delta_2\frac{1+\nu_2}{E_2}[w_{,\beta}+\in_{\beta\delta}\varphi_\delta].$$

For a section having the normal $n(n_\rho)$, the resultant stress moments and couple-stress acting on this section are given by

$$M_n=M_{\rho\lambda}n_\rho n_\lambda,\quad M_{nt}=\in_{\rho\lambda}M_{\alpha\rho}n_\alpha n_\lambda,$$
$$Q_n=Q_\rho n_\rho,\quad R_{\rho n}=R_{\delta\rho}n_\delta, \tag{3.8}$$

where

$$M_{\rho\lambda}=\int_{-h}^{h}x_3t_{\rho\lambda}\,dx_3,\quad Q_\rho=\int_{-h}^{h}t_{\rho 3}dx_3,\quad R_{\rho\lambda}=\int_{-h}^{h}c_{\rho\lambda}\,dx_3. \tag{3.9}$$

For an infinitesimal element dv of the plate, the internal energy is given in term of stresses and couple-stresses as follows:

$$
\begin{aligned}
d\psi = {} & \frac{1}{2}\left(\frac{1+\nu_1}{E_1}+2A\right)t_{(ij)}t_{(ij)}+\frac{1}{2}\,\frac{1+\nu_1}{E_1}\,t_{(ij)}t_{[ij]}+ \\
& +\frac{1}{2}\left(\frac{1+\nu_3}{E_3}+2C\right)c_{(ij)}c_{(ij)}+\frac{1}{2}\,\frac{1+\nu_3}{E_3}\,c_{[ij]}c_{[ij]}+ \\
& +\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}+2B\right)t_{(ij)}c_{(ij)}+\frac{1+\nu_2}{E_2}\,c_{[ij]}t_{[ij]}-\frac{1}{2}\,\frac{\nu_1}{E_1}\,t_{kk}t_{ll}- \\
& -\frac{1}{2}\,\frac{\nu_2}{E_2}\,t_{kk}c_{ll}-\frac{1}{2}\,\frac{\nu_3}{E_3}\,c_{ll}c_{kk}.
\end{aligned}
\tag{3.10}
$$

In virtue of the assumptions (ii)...(v) we shall neglect the terms containing the symmetrical parts of shearing stresses t_{13}, t_{23}, the stress t_{33} and the symmetrical part of c_{12}, c_{23} and c_{33}. The total internal energy of the plate is obtained by integrating $d\psi$ over the domain $\mathcal{D}\times[-h,+h]$. We get

$$
\begin{aligned}
2\psi = \iint_{\mathcal{D}} \Big\{ & \frac{2h^3}{3}\left[A_1 w_{,\alpha\beta}w_{,\alpha\beta}+A_2(\Delta w)^2\right]+ \\
& +2h\left[C_1\chi_{(\alpha\beta)}\chi_{(\alpha\beta)}+C_2(\chi_{\lambda,\lambda})^2+Hk_\alpha k_\alpha+K\chi_{[12]}^2\right]\Big\}\,d\tau,
\end{aligned}
\tag{3.11}
$$

where the coefficients A_1, A_2, C_1, C_2, H and K are defined in terms of the elastic constants ν_1, ν_2, ν_3, E_1, E_2, E_3, A, B, C.

Using Lagrange's variational principle we shall write

$$
\delta\psi = \delta\Phi_1+\delta\Phi_2, \tag{3.12}
$$

e.g. the change of the plate internal energy corresponding to infinitely small variations δw, $\delta w_{,n}$, $\delta\varphi_\rho$ must be equal to the work done by surface stresses and couple-stresses during the assumed virtual displacements.

Here

$$
\begin{aligned}
\delta\Phi_1 &= \iint_{\mathcal{D}} (p\,\delta w+q_\rho\,\delta\varphi_\rho)\,d\tau, \\
\delta\Phi_2 &= \int_\Gamma \left[-\widehat{M}_n\,\delta w_{,n}+(\widehat{Q}_n-\widehat{M}_{nt,s})\,\delta w+\widehat{R}_{\rho n}\,\delta\varphi_\rho\right]ds.
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

If we replace (3.11), (3.13) into (3.12), use the divergence theorem and integrate by parts [2] we get the equilibrium equations of the plate

$$
\begin{aligned}
& \frac{2h^3}{3}\,(A_1+A_2)\Delta\Delta w-2hHk_{\alpha,\alpha}-p=0, \\
& 2h\{-2C_1(\Delta\varphi_1+\varphi_{\beta,\beta 1})-C_2C_{\lambda,\lambda 1}-K(\Delta\varphi_1-\varphi_{2,21})-H(w_{12}-\varphi_1)\}-q_1=0, \\
& 2h\left\{-2C_1(\Delta\varphi_2+\varphi_{\beta,\beta 2})-C_2\varphi_{\lambda,\lambda 2}-\frac{1}{2}\,K(\Delta\varphi_2-\varphi_{\beta,\beta 2})+H(w_{,1}+\varphi_2)\right\}-q_2=0,
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

and the boundary conditions

$$\frac{2h^3}{3}(A_1+A_2)\Delta w_{,\alpha}n_\alpha-\frac{2h^3}{3}A_1\frac{\partial}{\partial s}(\in_{\lambda\alpha}w_{,\alpha\beta}n_\lambda n_\beta)-2hHk_\alpha n_\alpha+\widehat{Q}_n-\widehat{M}_{nt,s}=0,$$

$$\frac{2h^3}{3}(A_1w_{,\alpha\beta}n_\alpha n_\beta+A_2\Delta w)+\widehat{M}_n=0,$$

$$2h\left\{2C_1(\varphi_{1,\beta}+\varphi_{\beta,1})n_\beta+C_2\varphi_{\lambda,\lambda}n_1+\frac{K}{2}(\varphi_{1,\beta}-\varphi_{\beta,1})n_\beta+\right.$$

$$\left.+\frac{K}{2}(\varphi_{1,2}-\varphi_{2,1})n_2\right\}-\widehat{R}_{1n}=0, \tag{3.15}$$

$$2h\left\{2C_1(\varphi_{2,\beta}+\varphi_{\beta,2})n_\beta+C_2C_{\lambda,\lambda}n_2-\frac{K}{2}(\varphi_{2,\beta}+\varphi_{\beta,2})n_2\right\}-\hat{R}_{2n}=0.$$

Remark. For an isotropic centro-symmetric material, the elastic constants ν_2, B, ν_2/E_2 are zero and the established equations coincide with (4.8) and (4.9) obtained in [1].

Received July 25, 1981

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanics

REFERENCES

1. Manolachi A., *On the Bending of Elastic Plates in Asymmetrical Elasticity.* An. șt. Univ. „Al. I. Cuza" Iași, **XIX** (1973).
2. Timoshenko S., Woinovsky-Krieger S., *Theory of Plates and Shells.* Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1959.

TEORIA PLĂCILOR CU MICROSTRUCTURĂ

(Rezumat)

Se studiază problema deformării unei plăci subțiri din material izotrop micropolar fără centru de simetrie. Ecuațiile de echilibru (3.14) și condițiile la limită (3.15) au fost obținute cu ajutorul procedeului folosit de A. Manolachi în [1].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.K.66.045

DER EINFLUSS EINIGER PARAMETER AUF DIE „BOILING LIMIT" DER ZWEIPHASIGEN WASSER/KUPFER THERMOSYPHONS

VON

RONALD PERETZ

Diese Arbeit befasst sich mit dem Einfluss der Parameter: T_{WS} (Wärmesenketemperatur), m (Arbeitsmittelmenge) und β (Neigungswinkel des TS im Gravitationsfeld) auf die *boiling limit* der zweiphasigen Wasser/Kupfer Thermosyphons im Temperaturenbereich $10°C \cdots 100°C$.

Die Versuche wurden in der Zeitspanne März-Juni 1979 im Labor des IKE-Stuttgart durchgeführt, mit zwei TS (AW3 und BW5), deren geometrische Abmessungen in Tabelle 1 dargestellt werden. Die Messgenauigkeit lag im Bereich $\pm 5\%$, den Laborstandards vom IKE gemäß. Als Wärmequelle wurde ein auf der Verdampferaußenfläche angebrachter elektrischer Heizer benützt; dieser lieferte eine regelbare Heizleistung, die soweit erhöht wurde, bis die *boiling limit* des TS erreicht wurde. Als Wärmesenke diente ein Thermostat mit konstantem Kühlmitteldurchfluss ($G_{WS} = 10$ L/min) und einstellbarer Kühlmitteltemperatur.

Tabelle 1

TS-Typ	l_V [m]	l_T [m]	l_K [m]	$d_{R,a}$ [mm]	$d_{R,i}$ [mm]
AW 3 und BW 5	0,16	0,15	0,16	12	10

In jedem Versuch, weil Q (Heizleistung), T_{WS} (Wärmesenketemperatur) und G_{WS} (Kühlmitteldurchfluss) gegeben, nimmt $T_{m,T}$ (mittlere Wandtemperatur der Transportzone) in stationärem Zustand einen festen Wert an. Wir ziehen es vor, die Versuchsergebnisse mit Hilfe einer empirisch hergeleiteten Funktion darzustellen:

$$Q_{max} = f(m, \beta, T_{m,T}). \tag{1}$$

Es wurde festgestellt, daß bei allen Versuchen diese Funktion folgende Form hat:

$$Q_{max} = E(m, \beta) T_{m,T} + F(m, \beta) \quad [W] \tag{2}$$

also handelt es sich um eine Gerade $Q_{max}(T_{m,T})$ mit den Koeffizienten E, F abhängig von m und β. Ein Beispiel ist in Abb. 1 gegeben:

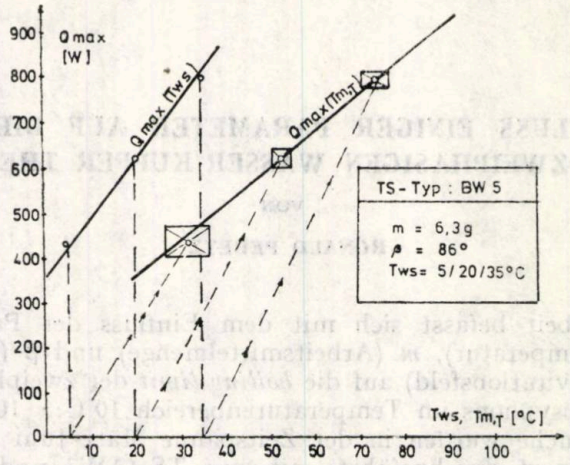


Abb. 1

Im Versuch wurde Q_{max} folgenderweise festgestellt: beim vorletzten Schritt in der Q-Erhöhung konnte man das WR zeitlich unbegrenzt stationär betreiben, ohne daß die Wandtemperatur in der Heizzone rasch anstieg. Das war ein Beweis, daß man die *boiling limit* noch nicht erreicht hatte. Beim letzten Schritt in der Q-Erhöhung begann sofort oder nach kurzer Zeit die Wandtemperatur am unteren Ende der Heizzone sehr rasch anzusteigen, also hatte man die *boiling limit* erreicht. Beim vorletzten Schritt wurde $T_{m,T}$ notiert und auch beim letzten Q-Wert, sofort nach Beginn der Heizzonenwandaustrocknung, denn hinterher fällt $T_{m,T}$, weil das Eindringen der Wärme ins WR-Innere erschwert ist. Wenn man als letzten Schritt in der Q-Erhöhung einen kleineren gemacht hätte, hätte man Q_{max} erreicht, oder auch nicht. Folglich wurde Q_{max} mit einer Ungenauigkeit: $Q_{letzt} - Q_{vorletzt}$ festgestellt. Der entsprechende $T_{m,T}$ - Wert ist ebenfalls folgender Ungenauigkeit unterworfen: $T_{m,T,\,letzt,\,gleich} - T_{m,T,\,vorletzt}$.

Desswegen erhält man in der $Q_{max}(T_{m,T})$-Darstellung nicht einen Punkt (bei T_{WS}, m, β — gegeben) sondern ein Rechteck, wie auch aus Abb. 1 ersichtlich ist. Wir bezeichnen als „Punkt" in der Darstellung der Funktion $Q_{max}(T_{m,T})$ den Schnittpunkt der Rechteckdiagonalen, weil er als höchstwahrscheinlichster zu betrachten ist.

In Tabelle 2 sind die ermittelten E- und F-Werte dargestellt, mit einigen Bemerkungen zur Genauigkeit dieser Werte. Die Systematisierung der Resultate führt zu folgenden Schlußfolgerungen, was die Abhängigkeit der Koeffizienten E, F von den Veränderlichen m, β anbetrifft:

I. *Bei kleinen Neigungswinkeln* ($\beta = 10°$). Die Resultate sind in Abb. 2 und 3 dargestellt, für die TS AW3 und BW5. Man bemerkt, daß E gegenüber m relativ unempfindlich ist mit Ausnahme vom Bereich $m \in [2 \cdots 3g]$. E vermindert sich nur wenig (15%) bei einer großen Veränderung von m.

Tabelle 2

TS-Typ	m [g]	β [°]	E [W/grd]	F [W]	Bemerkungen
AW 3	5,9	30	6,91	227	
	5,9	45	7,75	250	
	5,9	60	8,25	310	Ungenauigkeit wegen zu großen Schritten in der Q-Veränderung
	5,9	75	10,00	200	
	5,9	86	8,33	225	
	7,4	10	6,33	177	Ungenauigkeit bei Approximation der Funktion durch die Gerade
	4,9	10	1,20	347	Luft im Kondensator
	3,0	10	6,57	128	
	2,3	10	6,75	92	
BW 5	10,1	10	5,90	157	
	8,6	10	5,92	135	
	6,3	10	5,29	170	
	4,0	10	6,07	90	
	2,9	10	6,08	135	
	2,0	10	4,86	138	
	10,1	86	9,27	393	Ungenauigkeit bei Approximation der Funktion durch die Gerade
	8,6	86	8,85	340	
	6,3	86	8,27	260	
	4,0	86	7,60	281	Ungenauigkeit bei Approximation durch die Gerade (2)
	2,9	86	7,00	275	
	2,0	86	5,43	277	

F hat einen kontradiktorischen Verlauf in seiner Abhängigkeit von m (siehe Abb. 3), bleibt jedoch in einem für AW3 und BW5 gemeinsamen relativ engen Bereich: $90 \cdots 180$ W.

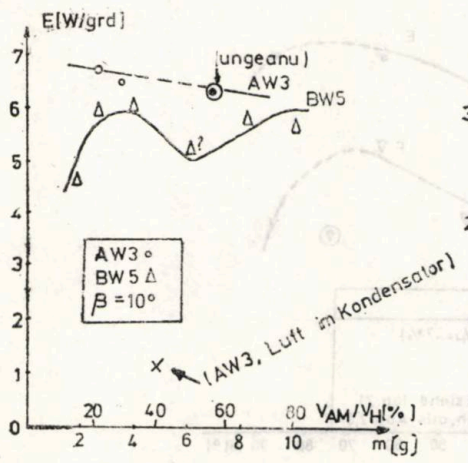


Abb. 2

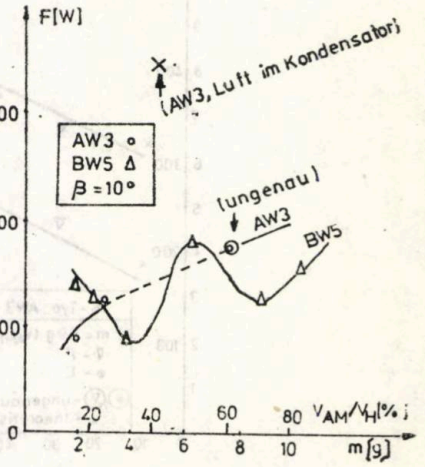


Abb. 3

II. *Bei großen Neigungswinkeln* ($\beta = 86°$). Die Resultate sind in Abb. 4 und 5 dargestellt. Für AW3 haben wir nur wenig Daten, man bemerkt jedoch, daß die Werte kaum von denjenigen von BW5 abweichen.

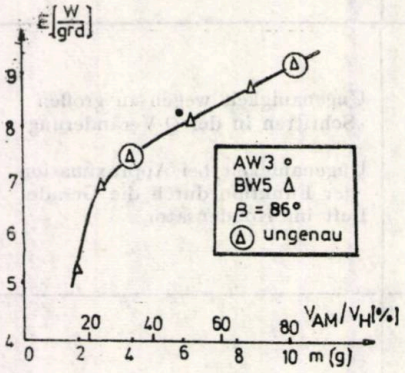


Abb. 4

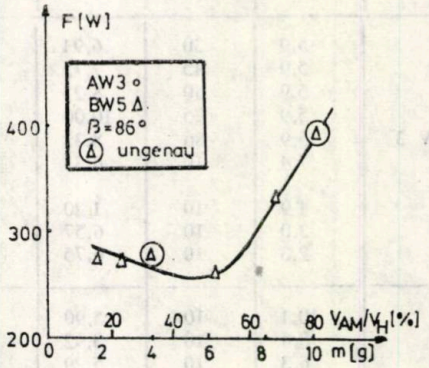


Abb. 5

Folgende Bereiche mit einem spezifischen Verlauf der Kurven wurden ersichtlich : $m \in [2 \cdots 3\,g]$ (sehr kleine Arbeitsmittelmenge, unausreichend) ; $m \in [3 \cdots 6{,}3\,g]$ (mittlere Arbeitsmittelmenge); $m \in [6{,}3 \cdots 10{,}1\,g]$ (große Arbeitsmittelmenge).

Dieselben Bereiche wurden auch bei $\beta = 10°$ ersichtlich.

III. *Einfluss des Neigungswinkels* ($10° \leqslant \beta \leqslant 86°$). Die Resultate für AW3 mit $m = 5{,}9\,g$ wurden in Abb. 6 dargestellt. E und F haben einen ähnlichen Verlauf, sie wachsen linear mit β bis zu

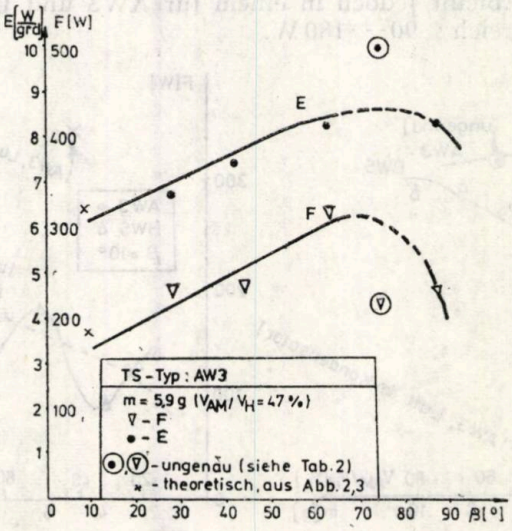


Abb. 6

einem Maximalwert (der bei $\beta = 65 \cdots 80°$ erreicht wird) und fallen dann bei größeren β-Werten. E wächst von 6,3 bis 8,6 und fällt dann auf 8,3. F wächst von 175 bis 310 und fällt dann auf 225.

Schlußfolgerungen. 1. Die TS AW3 und BW5, welche sich nur durch die Rauhkkeit der Heizzonenwandinnenfläche unterscheiden, haben eine ähnliche Abhängigkeit der Koeffizienten E und F von m und β.

2. Folgende Teilbereiche, mit spezifischer Abhängigkeit $E(m, \beta_0)$ und $F(m, \beta_0)$ wurden ersichtlich, sowohl bei $\beta_0 = 10°$ als auch bei $\beta_0 = 86°$: $m \in [2 \cdots 3\,g]$ oder $V_{AM}/V_H \in [16 \cdots 24\,\%]$. (Hier ist V_{AM} das Volumen des *liquid pools* und V_H das der Heizzone entsprechende WR-Innenvolumen). $m \in [3 \cdots 6{,}3\,g]$ oder $V_{AM}/V_H \in [24 \cdots 50{,}4\,\%]$; $m \in [6{,}3 \cdots 10{,}1\,g]$ oder $V_{AM}/V_H \in [50{,}4 \cdots 80{,}8\,\%]$.

3. $E(m, \beta_0)$ und $F(m, \beta_0)$ sind Funktionen verschiedener Art bei kleinen ($\beta_0 = 10°$) und großen ($\beta_0 = 86°$) Neigungswinkeln. E ist relativ unempfindlich gegenüber m bei kleinen Winkeln, wächst aber stark mit m bei großen Winkeln. F verläuft kontradiktorisch bei kleinen Winkeln, bei $\beta = 86°$ bemerkt man ein Minimum von F bei $m = 6{,}3$ g ($V_{AM}/V_H = 50{,}4\,\%$).

4. E und F wachsen mit β bei AW3, $m = 5{,}9$ g und haben ein Maximum für $\beta = 65° \cdots 80°$. Für größere β-Werte werden E und F kleiner.

5. Das Vorhandesein von Luft im TS-Kondensator fürt zu sehr großen Abweichungen der E- und F-Werte von den restlichen. Dies könnte eine Möglichkeit bieten, das Vorhandesein von Luft im Kondensator eines WR zu erkennen.

6. $E(m, \beta)$ und $F(m, \beta)$ sind auch von anderen nicht berücksichtigten Parametern abhängig (die Größe der Schritte in der Q-Veränderung, die Dauer des stationärem Betreibens des TS auf jedem Q-Niveau, die Zeitspanne zwischen zwei konsekutiven Versuchen usw.).

7. Die Geraden wurden auf Grund der Schnittpunkte der Rechteckdiagonalen gezogen, die zwar die höchstwahrscheinlichsten, jedoch nicht unbedingt die den reellen entsprechenden sind. Die Ungenauigkeit ist größer wenn die Rechteckfläche größer ist.

8. Der Koeffizient E zeigt inwiefern $T_{m,T}$ den Q_{max}-Wert beeinflusst (je kleiner E, desto kleiner der Einfluss von $T_{m,T}$, wie z. B. wenn sich Luft im TS-Kondensator befindet, wobei $E = 1{,}2$ W/grad). F ist das von $T_{m,T}$ unabhängige Glied in Q_{max}; F entspricht einem theoretischen Q_{max}-Wert für $T_{m,T} = 0°C$ (praktisch nicht zu erreichen, bei reinem Wasser als Arbeitsmittel).

Eingegangem am 3. August 1981

Technische Hochschule, Jassy,
Laboratorium für Wärmetechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Nguyen—Chi H., Groll M., Dang—Van Th., *Experimental Investigation of Closed Two-Phase Thermosyphons.* AIAA 14 th Thermophysics Conference, Orlando, Florida, U.S.A., June 4—6, 1979.
2. Nguyen—Chi H., Groll M., *The Boiling Limit of Gravity-Assisted Copper-Water HP with Screen Wick Structure and Liquid Overfill.* AIAA 14 th Thermophysics Conference, Orlando, Florida, U.S.A., June 1979.

3. Nguyen—Chi H., Abhat A., *Performance Evaluation of Gravity-Assisted HP with Capillary Flow.* 3 rd I.H P.C., Palo Alto, California, 1978.
4. Abhat A., *Application of Heat Pipes to Thermal Energy Storage Systems.* AIAA 15 th Thermophysics Conference, Snowmass, Colorado, U.S.A., July 1980.
5. Nguyen-Chi H., Groll M., *The Influence of Wall Roughness on the Maximum Performance of Closed Two-Phase Thermosyphons.* AIAA 15 th Thermophysics Conference, Snowmass, Colorado, U.S.A., July 1980.
6. Peretz R., *Einige Bemerkungen zur Auslegung experimenteller Ergebnisse von Labortests an Wärmerohren.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXVI (XXX)**, *1—2*, s. IV, 53—58 (1980).

INFLUENŢA UNOR PARAMETRI FUNCŢIONALI ASUPRA LIMITEI DE FIERBERE A TERMOSIFOANELOR BIFAZICE CUPRU/APĂ

(Rezumat)

Este analizată influenţa cantităţii de agent de lucru, a înclinării termosifonului în cîmp gravitaţional şi a temperaturii sursei reci asupra fluxului termic maxim transferat de termosifon, Q_{max}, la limita de fierbere. Rezultatele pentru termosifoanele AW3 şi BW5 care diferă prin rugozitatea suprafeţei interioare a vaporizatorului, se prezintă sub forma unor drepte $Q_{max}(T_{m,T})$ în care $T_{m,T}$ este temperatura peretelui zonei adiabatice. Coeficienţii dreptei sînt funcţii de cantitatea de agent de lucru şi de înclinaţie. Pot fi delimitate 3 zone pentru cantitatea de agent de lucru, favorabile fiind încărcări cu 25 ... 50% din volumul vaporizatorului. Înclinarea optimă a tubului este de 65 ... 80° faţă de orizontală. Rugozităţile artificiale din vaporizator nu afectează Q_{max}.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.K.532.5

HYDRODYNAMIK DES REAKTORS FÜR PRIMÄRE REFORMIERUNG DES METHANS

II. BESTIMMEN UND KORRELATION DER EXPERIMENTELLEN WERTE

VON

ILIE SIMINICEANU und AL. POP

1. Einleitung. Die katalytische Umwandlung des Methans mit Wasserdampf in Synthesegaz ist ein stark energieverbrauchender Prozess, wegen des stark endothermen Charakter der chemischen Reaktionen und wegen der Druckverluste die beim Fliessen der Reaktionsmasse durch den Reaktor mit ruhender Katalysatorschicht entstehen.

Um den Energiekonsum für das komprimieren der Gase zu verkleinern, müssen die geometrischen und hydrodynamischen Eigenschaften der Katalysatorschicht sowie die Gleichung die den Zusammenhang zwischen Druckverlust und den Eigenschaften der Katalysatorschischt und des Fluids gibt, bekannt sein.

Diese Gleichung ist auch thoretisch sehr wichtig, weil sie eine Komponente des mathematischen Modells für die Optimisierung und Proiektierung des Reaktors ist.

Im ersten Teil der Arbeit [1] wurde eine kritysche Analyse der empirischen Gleichungen der Literatur für Druckverluste beim Fliessen eines Fluids durch eine Körnerschicht durchgeführt.

Da keine dieser Gleichungen den spezifischen Bedingungen des Reaktors entspricht, besteht die Notwendigkeit eigener Bestimmungen anhand eines Modells der industriellen Katalysatorschicht.

2. Experimentelle Daten. Für die experimentellen Bestimmungen wurde die Anlage von Abb. 1. verwendet. Das Rohr *1* mit Innendurchmesser 0,0950 m wird mit dem industriellen Katalysator *2* gefüllt. Form und Dimensionen der Katalysatorpartikel werden in Abb. 1 dargestellt.

Unter der Siebplatte *3* die den Katalysator hält bleibt das Rohr leer (etwa 0,1 m). In diesem Abschnitt stabilisiert sich das Fluid bevor es in die Schicht eindringt. Der Durchsatz des Fluid wird vom Rotameter *6* und den Druckverlust in der Schicht vom Wassermanometer 7 gemessen.

Es wurden die Druckverluste gemessen, die variablen Durchsätzen im Interval $0 \cdots 20$ m³/h für 3 verschiedene Höhen der Schicht ($\Delta z_1 = 0{,}34$ m, $\Delta z_2 = 0{,}66$ m, $\Delta z_3 = 0{,}991$ m) entsprechen. Für jede Hohe der Schicht wurden je 12 Bestimmungen gemacht die verschiedenen Anordnungen der Teilchen in der Schicht also verschiedenen Porositäten ε der Schicht entsprechen.

Da ε keine grossen Abweichungen zeigt wurde der Mittelwert der 12 Bestimmungen genommen. Diese Mittelwerte verbessert mit dem Druckverlust durch das Leerrohr werden in Tabelle 1 gezeigt. Aus Tabelle 1 ist ein leichtes Ansteigen des Verhältnisses $\Delta p/\Delta z$ mit der Schichthöhe ersichtlich. Dieses Phänomen kann damit erklärt werden dass mit dem Ansteigen der Höhe die Schicht immer weniger homogen wird und zwar wegen ihren Eigendruck (ε fällt und Δp steigt). Da diese Abweichungen in Vergleich zu den absoluten Werten klein sind, werden für die Interpretationen jene Mittelwerte genommen, die in der letzten Kolonne der Tabelle eingetragen wird.

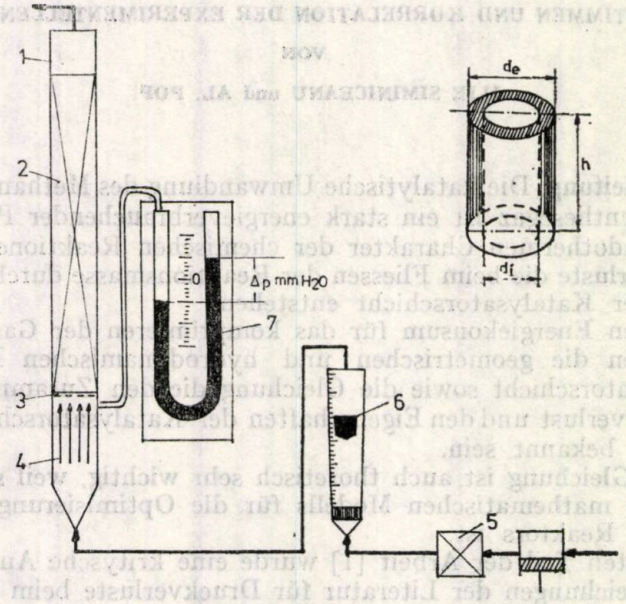


Abb. 1 — Skizze der experimentellen Instalation für Bestimmung der Druckverluste durch die Katalysatorschicht.

3. Interpretierung und Korrelation der experimentellen Werte. Zuerst werden die experimentellen Werte der letzten Kolonne der Tabelle 1 mit den Werten die durch verschiedene empirische Gleichungen in denselben Bedingungen berechnet wurden, verglichen diese Gleichungen wurden im ersten Teil der Arbeit [1] gezeigt und analysiert.

Die Werte sind im Diagramm der Abb. 2 gezeigt. Man kann bemerken dass die Gleichungen von Hyman ([1], (8)) und Rose ([1], (1)) sehr verschiedene Werte geben die sich sowohl untereinander als auch von den experimentellen Werten unterscheiden. Die Gleichungen von Brauer und Mehta—Hawley geben grössere Werte als die Gleichungen von Ergun für dieselben Bedingungen, Tatsache die ihren theoretischen Wert nicht begründet. Diese Inkonsequenzen wurden auch im ersten Teil der Arbeit kritisch beleuchtet.

Tabelle 1

Experimentellen Werte des Verhältnisses $\Delta p/\Delta z$ bei verschiedenen Höhen der Schicht und bei Mittelwerten dieser Höhen

m^3/h	$\Delta p/\Delta z$ (mm H_2O)			$\Delta p/\Delta z$ Mittelwerte	
	$\Delta z_1 = 0{,}340$ m	$\Delta z_2 = 0{,}660$ m	$\Delta z_3 = 0{,}991$ m	mm H_2O/m	N/m^2m.
2	0,7647	0,8484	0,8678	0,8269	8,1118
3	2,0882	2,1363	2,1695	2,1313	20,9080
4	2,9177	3,0000	3,0272	2,9796	29,2298
5	5,2352	5,3939	5,4894	5,3728	52,7071
6	7,1176	7,3484	7,4268	7,2976	72,5894
7	9,2352	9,5151	9,6165	9,4556	92,7594
8	11,4117	11,7575	11,8768	11,6820	114,6004
9	14,6176	15,0606	15,1967	14,9583	146,7409
10	17,0082	17,6060	17,8809	17,5250	171,9202
11	20,6470	21,2878	21,5741	21,1696	207,6737
12	24,5588	25,3030	25,7517	25,2045	247,2561
13	29,4411	30,3030	31,0494	30,2645	296,8947
14	34,9705	36,0454	36,3370	35,7843	325,6371
15	40,3823	41,6212	41,7759	41,2598	404,7586
16	47,6764	49,1060	49,3340	48,7054	477,7999
17	52,5882	54,1666	54,4803	53,7450	527,2384
18	58,0588	59,8333	60,6256	59,5059	583,7528
19	66,7647	68,8484	69,4429	68,3520	670,5531
20	73,4117	75,6515	76,1957	75,0863	736,5966

Die Gleichung von L e v a gibt viel kleinere Werte als die experimentellen da sie eine kleine Genauigkeit hat obwohl sie sehr kompliziert aufgebaut ist. Am besten enstprechen die Gleichungen von E n g l a n d-G u n n, B r o w n e l l und R o s e. Da aber keine dieser Gleichungen direkt für die Korrelation der experimentellen Werte benützt werden kann, wird hier eine neue Gleichung aufgebaut. Zu diesem Zweck wird von Gleichung (1) ausgegangen, die man aus einem Impulsbilanz des Prozesses erhält [2]:

$$-\frac{dp}{dz} = 32\frac{\mu(w_0/\varepsilon)}{d_e^2} + \frac{\rho(w_0/\varepsilon)^2}{2d_e}. \tag{1}$$

Das erste Glied der rechten Seite der Gleichung (1) stellt die Gleichung von Poiseuille für laminares Fliessen dar, das zweite ist ein kinetischer Ausdruck, der auf das Fliessen in Kapillaren gründet wo die Lineargeschwindigkeit durch w_0/ε und der Durchmesser der Fliessquerschnittes durch den äquivalenten Durchmesser der Hohlräume ersetzt wurden d_e.

Der hydraulische Durchmesser kann mit dem Durchmesser der Schicht D der Porosität ε und der spezifischen Oberfläche der Füllung a_s durch die Gleichungen (2), (3) korreliert werden:

$$n_c \frac{\pi d_e^2}{4} = \pi D^2 \frac{\varepsilon}{4}, \tag{2}$$

(3) $$a_s = \frac{4n_c d_e}{D^2(1-\varepsilon)},$$

wo n_c — Anzahl der Fliesskanäle pro Querschnitteinheit der Schicht. Wenn man n_c aus den Gleichungen (2) und (3) eliminiert erhält man

(4) $$d_e = \frac{4\varepsilon}{a_s(1-\varepsilon)} = \frac{2\varepsilon d_p}{3(1-\varepsilon)},$$

d_p — äquivalenter Durchmesser $= 6/a_s$.

Wenn man Gleichung (4) in Gleichung (1) einsetzt und alle Konstanten mit den Koeffiziente K_1 un K_2 ersetzt erhält man

(5) $$-\frac{dp}{dz} = K_2 \frac{\mu w_0 (1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3 d_p} + K_2 \frac{\rho w_0^2 (1-\varepsilon)}{\varepsilon^3 d_p^2}.$$

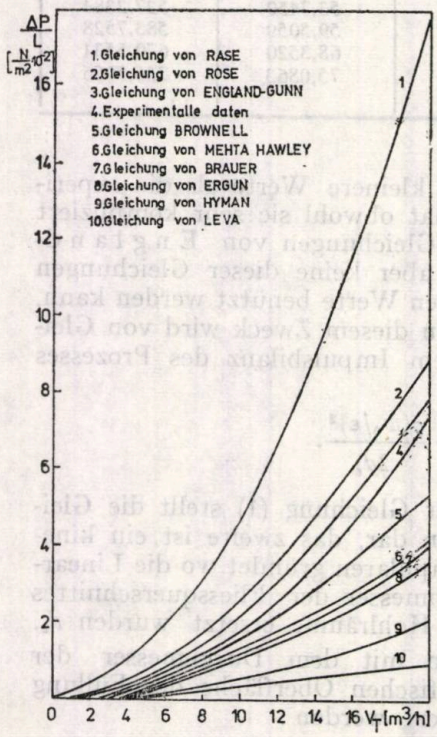


Abb. 2. — Experimentelle Daten (*1*— Kurve) und berechnete Daten (*1—3*; *5—10* Kurve).

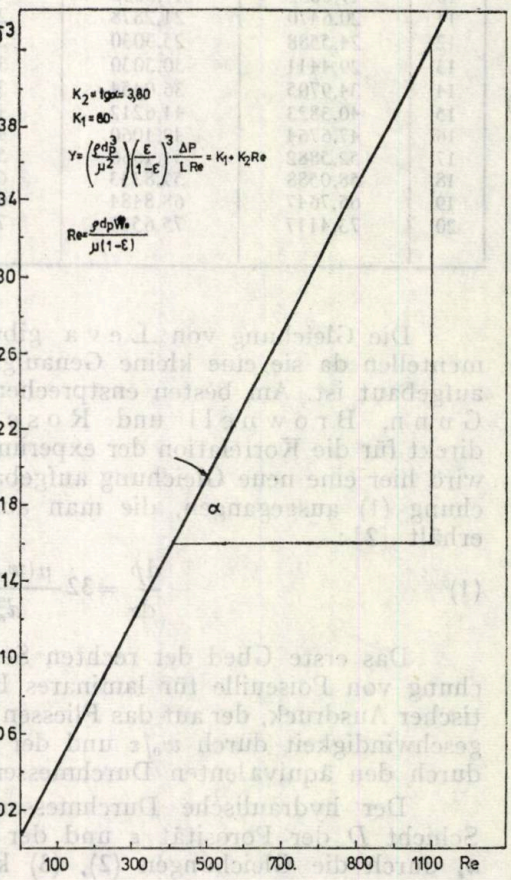


Abb. 3. — Abhängigkeit $y - \mathcal{R}_e$ und experimentelle Werte der Konstanten K_1 und K_2.

Wenn man eine geänderte $\mathcal{R}e$-Kennzahl definiert (Gleichung (6)) erhält die Gleichung (5) die Form (7):

$$\mathcal{R}e = \frac{\rho d_p w_0}{\mu(1-\varepsilon)}, \tag{6}$$

$$-\frac{dp}{dz}\,\frac{\varepsilon^3 \rho d_p^3}{\mu(1-\varepsilon)^3} = K_1 \mathcal{R}e + K_2 \mathcal{R}e^2. \tag{7}$$

Um die konstanten K_1 und K_2 mit Hilfe der experimentellen zu identifizieren, wird die Gleichung (7) durch Teilen mit $\mathcal{R}e$ linearisiert und man erhält

$$-\frac{dp}{dz}\,\frac{\varepsilon^3 \rho d_p^3}{\mu^2 \mathcal{R}e} = y = K_1 + K_2 \mathcal{R}e. \tag{8}$$

In Abb. 3 wird die Abhängigkeit von y von der $\mathcal{R}e$-Kennzahl aufgrund der Tabelle 1 gezeigt. Durch lineare Regression erhält man die Gerade mit der Steigung $K_2=3{,}8$ der Schnitt mit der y-Achse $K_1=80{,}0$. Wenn man diese Werte von Gleichung (5) einsetzt erhält man

$$-\frac{dp}{dz}\,\frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^3}\,\frac{\rho d_p^3}{\mu^2} = 80{,}0\,\rho\,\frac{w_0 d_p}{\mu(1-\varepsilon)} + 3{,}8\left[\frac{\rho w_0 d_p}{\mu(1-\varepsilon)}\right]^2. \tag{9}$$

Wenn man die Gleichung so umändert dass sie vergleichbar mit den empirischen Gleichungen der Literatur wird, erhält man

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\,\rho\,\frac{w_0^2}{d_p}\,\lambda, \tag{10}$$

wo

$$\lambda = 3{,}8 + 80{,}0\,\mathcal{R}e^{-1}. \tag{11}$$

Man kann bemercken, dass die erhaltene Gleichung (9) die Form der Ergun-Gleichung, aber verschiedene Koeffizienten K_1, K_2 hat.

Diese Folgerung stimmt mit den Daten von Reiss [3] und Grange [4] überein, die zeigten, dass diese Koeffizienten der Ergun-Gleichung von der Geometrie der Schicht und der Art des Materials anhängig sind.

Um die Genauigkeit der Erhaltenen Gleichung (9) zu bestimmen wurden die Werte der Tabelle 2 berechnet. Die relative Abreichung (letzte Kolonne) der berechneter Werte von den experimentellen überschreitet nur in 2 Punkten 10%.

Die Gleichung (9) kann zur Berechnung der Druckverluste in einem mit Katalysator gefüllten Rohr benützt werden, wenn die Eigenschaften der Schicht die Tabelle 1 in erster Teil der Arbeit [1] behalten werden.

Die Geschwindigkeit und die Eigenschaften (ρ, μ) des Fluids können verschieden sein. Die letzteren müssen genau bestimmt werden weil sie von Druck, Temperatur und Zusammensetzung der Gasphase abhängig sind.

Die Abhängigkeit der Wiskosität von Druck kann in Intervall 1...50 atmosphären vernachlässigt werden [5]. Die Abhängigkeit der Viskosität der Komponenten μ_i von der Temperatur kann mit der Gleichung von

Sutherland berechnet werden [5]. Für die Abhängigkeit von der Zusammensetzung wird die Gleichung (12) empfohlen die Abweichung von der Aktivität ausdrückt (5):

$$\mu = \frac{\Sigma \mu_i x_i (M_i)^{1/2}}{\Sigma x_i (M_i)^{1/2}} . \tag{12}$$

Tabelle 2

Grössen y abgeleitet aus der experimentellen Daten und Fehler der bemstimmten Gleichung

m^3/h	$\mathcal{R}_e$	y	$\left(\frac{\Delta p}{\Delta z}\right)_{exp}$	$\left(\frac{\Delta p}{\Delta z}\right)_{ber}$	Fehler %
2	111,26	479,390	8,1118	8,5077	+4,8805
3	166,85	823,943	20,9080	18,1188	−13,3403
4	222,52	863,710	29,2298	32,3234	+7,1625
5	278,04	1 246,444	52,7071	48,0601	−8,8166
6	333,70	1 410,599	71,5894	92,3562	−4,4336
7	389,37	1 566,414	92,7594	92,3562	−0,4346
8	445,04	1 693,161	114,6004	119,8791	+4,6061
9	500,70	1 929,711	146,7409	150,7672	+2,7438
10	556,37	2 031,769	171,9202	185,6649	+7,9948
11	611,89	2 231,615	207,6737	223,8257	+7,7775
12	667,56	2 435,386	247,2561	265,6670	+4,7785
13	723,22	2 699,250	296,8947	311,0819	+4,7785
14	778,89	2 748,963	325,6371	360,0869	+10,5791
15	834,41	3 189,538	404,7586	412,3248	+1,8693
16	850,08	3 529,622	477,7999	468,6871	−1,9072
17	845,75	3 665,573	527,2384	528,4288	+0,2257
18	1 001,41	3 832,906	583,7528	591,7411	+1,3684
19	1 057,07	4 170,880	670,5331	658,6342	−1,7745
20	1 112,60	4 353,132	736,5966	728,9394	−1,0396

Die Dichte der Gasphase mit den Parametern P, T und x_i kann mit der Gleichung (13) bestimmt werden die aus der Gleichung der idealen Gase und der Regel der Additivität abgeleitet wird

$$\rho = \frac{p\ 273{,}15}{TV_M} \Sigma M_i x_i . \tag{13}$$

Bei der Berechnung der linearen Fiktivgeschwindigkeit w_0 muss die Abhängigkeit des Durchsätzes von den Zustandsparametern beachtet werden: In industriellen Bedingungen kann die Geschwindigkeit grösser sein als die maximale Geschwindigkeit die im Laboratorium erhalten wurde (0,775 m/s). Das Fliessen bleibt turbulent und folglich bleibt die Gleichung (9) gültig.

4. Schlussfolgerungen. 1. Es wurden experimentell Druckverluste beim turbulenten Fliessen einer Gasphase durch die Schicht eines industriellen Reformierungskatalysator bestimmt. Die Anlage enthält ein Rohr in dem die Schicht eine mit der industriellen Schicht identische Geometrie hat (Verhältnis D/d identische Katalysatorpartikeln).

2. Es wurden die eigenen experimentellen Werte mit den anhand der empirischen Gleichungen berechneten Werten verglichen und es wurden grosse Unterschiede festgestellt. Diese wurden durch die besonderen Eigenschaften der Schicht erklärt : kleiner Wert des Verhältnisses D/d, spezielle Form der Partikel. Die existenten Gleichungen wurden für anderen Partikel bestimmt und können deshalb nicht für den Reformierungsreaktor angewendet werden.

3. Ausgehend von der impulsbilanzgleichung wurde die Gleichung für die Druckverluste in der Schicht bestimmt, dessen Koeffizienten anhand der eigenen experimentellen Werte bestimmt wurden. Die Gleichung ist für turbulenten Fliessen gültig, ihre maximale Abrechung ist 13,34%. Bei industriellen Durchsätzen, ist die Abweichung kleiner als 2%.

Eingegangem am 6. Juni 1981

Technische Hochschule, Jassy

Anzeich nungen

d_e — hydraulischer Durchmesser der Schicht
w_0 — Fiktivgeschwindigkeit des Fluids
ε — Leerefraktion der Schicht
$-\frac{dp}{dz}$ — Druckgradient auf die Längeneinheit der Schicht
μ — dynamische Viskosität des Fluids
D — Durchmesser der Schicht
d_p — äquivalenter Durchmesser der Katalysatorpartikel
a_s — spezifische Oberfläche der Körnerschicht
ρ — Dichte des Fluides
p — Druck
T — Temperatur
x_i — molare Fraktion der Komponente i
M_i — molare Masse der Komponente i
μ_i — Viskosität der Komponente i
K_1, K_2 — Koefizienten der Gleichung (5)
$\mathcal{R}_e$ — Reynolds-Kennzahl definiert durch Gleichung (6)
y — Funktion definiert durch Gleichung (8)
λ — Reibungskoefizient
V_m — Molarvolumen des idealen Gases

LITERATURVERZEICHNIS

1. Siminiceanu I., Pop A., Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXVII (XXXI)**, *1—2*, s. IV, 53—60 (1981).
2. Calistru C. şi colab., *Ingineria proceselor chimice*. Part. I, C.D.I.C.P., Buc., 1970, p.42.
3. Reiss L.P., Ind. Eng. Chem. Process Design. Develop., **6**, *4*, 486 (1967).
4. Grange A. and al., Chem. Eng. Sci., **26**, *3*, 339 (1972).
5. Reid R.C., Sherwood T.K., *The Properties of Gases and Liquids*. Mc Graw-Hill, New York, 1966.
6. Rase H.F., *Chemical Reactor Design for Process Plants*. Vol. 1, John Wiley, New York, 1977.

HIDRODINAMICA REACTORULUI PRIMAR DE CONVERSIE CATALITICĂ A METANULUI (II)

(Rezumat)

Se determină experimental pierderea de presiune prin stratul de catalizator de reformare, modificînd lungimea stratului, porozitatea stratului şi viteza de curgere a fluidului. Stratul experimental reprezintă un model fizic al celui industrial. Datele experimentale sînt corelate sub forma unei ecuaţii care conţine două constante specifice sistemului.

2. Es wurden die eigenen experimentellen Werte mit den anhand der empirischen Gleichungen berechneten Werten verglichen und es wurden grosse Unterschiede festgestellt. Diese wurden durch die besonderen Eigenschaften der Schicht erklärt: kleiner Wert des Verhältnisses D/d, spezielle Form der Partikel. Die existenten Gleichungen wurden für anderen Partikel bestimmt und können deshalb nicht für den Reformierungsreaktor angewendet werden.

3. Ausgehend von der Impulsbilanzgleichung wurde die Gleichung für die Druckverluste in der Schicht bestimmt, dessen Koeffizienten anhand der eigenen experimentellen Werte bestimmt wurden. Die Gleichung ist für turbulenten Fliessen gültig, ihre maximale Abrechung ist 13,34%. Bei industriellen Durchsätzen, ist die Abweichung kleiner als 2%.

Eingegangen am 6. Juni 1981 *Technische Hochschule, Jassy*

Anzeichnungen

d_i — hydraulischer Durchmesser der Schicht
u_0 — Fiktivgeschwindigkeit des Fluids
ε — Leerfraktion der Schicht
$\frac{dp}{dl}$ — Druckgradient auf die Längeneinheit der Schicht
μ — dynamische Viskosität des Fluids
D — Durchmesser der Schicht
d_e — äquivalenter Durchmesser der Katalysatorpartikel
a_0 — spezifische Oberfläche der Körnerschicht
ρ — Dichte des Fluides
p — Druck
T — Temperatur
x_i — molare Fraktion der Komponente i
M_i — molare Masse der Komponente i
μ_i — Viskosität der Komponente i
K_1, K_2 — Koeffizienten der Gleichung (5)
R_e — Reynolds-Kennzahl definiert durch Gleichung (6)
ν — Funktion definiert durch Gleichung (8)
λ — Reibungskoeffizient
V_m — Molarvolumen des idealen Gases

LITERATURVERZEICHNIS

1. Siminiceanu I., Pop A., Bul. Inst. polit. Iaşi, XXVII (XXXI), 1–2, s. IV, 53–60 (1981).
2. Călinescu C. şi colab., *Ingineria proceselor chimice*. Part. I, C.D.I.C.P., Buc., 1970, p. 42.
3. Reiss L.P., Ind. Eng. Chem. Process Design. Develop., 6, 4, 486 (1967).
4. Grange A., and al., Chem. Eng. Sci., 26, 3, 339 (1972).
5. Reid R.C., Sherwood T.K., *The Properties of Gases and Liquids*. Mc Graw-Hill, New York, 1966.
6. Rase H.F., *Chemical Reactor Design for Process Plants*. Vol. 1. John Wiley, New York, 1977.

HIDRODINAMICA REACTORULUI PRIMAR DE CONVERSIE CATALITICĂ A METANULUI (II)

(Rezumat)

Se determină experimental pierderea de presiune prin stratul de catalizator de reformare, modificînd lungimea stratului, porozitatea stratului şi viteza de curgere a fluidului. Stratul experimental reprezintă un model fizic al celui industrial. Datele experimentale sînt corelate sub forma unei ecuaţii care conţine două constante specifice sistemului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.C.628.1

ECONOMIC ANALYSIS OF THE WATER SUPPLY NETWORK

BY

EMANOIL BĂRSAN

1. Introduction. A gridiron pattern of water distribution for a populated centre may be represented by a finite and oriented connected graph, that is a structure consisting of a finite number of vertex (nodes) connected between them by edges (pipes).

The majority of distribution networks consist of plane graphs, that is graphs in which the pipes are crossing in the nodes only. The circuit that does not cross any pipe is called elementary circuit or elementary loop.

For any plane gridiron distribution network the following relation is established between the number of pipes p, nodes n and loop i (Euler)

$$p=n+i-1. \tag{1}$$

For $i=0$, gridiron networks is transformed in a branching system ($p=n-1$) which has the node number a unit smaller than the pipe number. The transformation of a gridiron system into branching system is achieved by the moving off of i pipes (one for every loop). The branching system obtained is a tree of the gridiron system. For every gridiron network there can be obtained a number of various trees (branching systems) according to Trent's theorem.

2. Criteria for Economic Analysis. The technical-economic analysis of the distribution networks [1] shows that the most advantageous distribution of water flows is obtained when the gridiron system is transformed into a tree, that is a branching system.

As soon as the aim of water distribution network is to assure the necessary water for the consumers, then of all the possibilities of achieving a branching system, the most economical one will be that representing a tree with a minimum route to the consumers (tree vertexes).

As far as head network is concerned it is economic that the maximum admitted be integrally consumed by water passing through the pipes that form branch.

As a result the economical loss-head at a pipe of network may be calculated using the relation

$$\Delta P_j = \frac{\Delta P}{\sum_{i=1}^{n} l_i Q_i^{\gamma}} l_j Q_j^{\gamma}, \quad (1)$$

in which: ΔP_j — economical loss-head at the taken pipe, in m ; ΔP — maximum admitted loss-head on a branch, in m ; l_i — pipe length, in m ; Q_i — pipe discharge, in m ; γ — power related to water flowing conditions ($\gamma = 1.85 \ldots 2$).

Knowing the discharges and loss-head at branching system pipes the economic diameters are determined only.

As far as the safety conditions of water distribution oblige to come back to the gridiron system, this will be achieved by forming of i independent circuits numerical equal with the number of cotree chords.

The loop structure is obtained in number equal to the bars that belong to the respectiv loop, oriented according to a conventional given sign.

Because flow circulation in network is different from that used for the economical dimensioning it will be necessary to make flow correction on each loop. For these corrections the Lobacev-Cross procedure will be used.

3. Calculation Programme. The calculation principles showed before, were incorporated in the codified programme PROG 12 C that economically analyses a water gridiron system taking into account the unitary investment costs per diameter of the network pipes.

The programme has the following modules:

1. *Principal program PPAL.* It performs :

i) return to the initial state of the vectors in which the data with permanent character and those with variable character are stored ;

ii) reading— writing of all necessary data ;

iii) calculation of the piezometric head, available pressure, flow velocity and pipe costs ;

iv) optimizing of the network ;

v) printing the results.

2. *Modulus DEBIT* caries out the calculation of the consumary flows uniformly distributed on the network pipes.

3. *Modulus RETEA* establishes the minimum route tree and the loop structure.

4. *Modulus DRUM* calculates minimum route values and structure for two nodes of the network graph.

5. *Modulus DIMENS* calculates the dimension flow of the network pipes and carries out the economic dimensioning of the network.

6. *Modulus ECHIL* corrects the flow in the loop networks.

4. Calculus Example. In order to exemplify, the network from Fig. 1 was used (injection point in node *1*). It consists of 23 pipes and 19 nodes. There are three consumary zones with flow estimated according to STAS 1343-1-77 and a single fire hypotesis with two simultaneous fires (2×20 l/s).

Table 1

Characteristics of pipes and nodes

Nr. pipe	Initial node	Final node	Pipe lenght	Q constructed	Q calculated	Piezometric sloap	Water velocity	Pression	Pipe cost	Height	Admissible pression	Q node	Piezometric level	Available pression	Nr. node
1	1	2	1740	0.049	0.069	0.0043	1.0	300	1 078.8	119.50	40.0	0.000	159.5	40.0	1
2	2	3	540	0.015	0.031	0.0076	1.0	200	237.6	84.50	30.0	0.006	152.0	67.5	2
3	3	4	1 600	0.009	0.015	0.0019	0.5	200	704.0	86.00	30.0	0.000	147.9	61.9	3
4	4	5	520	0.003	0.010	0.0034	0.5	150	182.0	103.00	30.0	0.000	144.9	41.9	4
5	5	6	720	0.004	0.006	0.0012	0.3	150	252.0	100.00	30.0	0.001	143.1	43.1	5
6	7	6	740	0.004	0.001	−0.0003	0.1	100	185.0	103.00	30.0	0.000	142.2	39.2	6
7	8	7	600	0.003	0.003	0.0023	0.3	100	150.0	102.00	30.0	0.000	142.0	40.0	7
8	8	9	1 000	0.003	0.002	0.0015	0.3	100	250.0	103.00	30.0	0.000	143.4	40.4	8
9	10	9	1 240	0.004	0.002	0.0010	0.2	100	310.0	89.00	30.0	0.000	141.9	52.9	9
10	11	10	600	0.002	0.005	0.0072	0.6	100	150.0						
11	12	11	900	0.003	0.001	0.0002	0.1	100	225.0	94.00	30.0	0.000	143.2	49.2	10
12	13	12	500	0.002	0.003	0.0003	0.2	150	175.0	112.00	30.0	0.000	147.5	35.5	11
13	14	13	660	0.002	0.005	0.0076	0.6	100	165.0	110.00	30.0	0.000	147.7	37.7	12
14	15	14	1 400	0.008	0.044	0.0018	0.6	300	868.0	114.00	30.0	0.000	147.8	33.8	13
15	16	15	600	0.003	0.050	0.0022	0.7	300	372.0	122.00	30.0	0.000	152.8	30.8	14
16	1	16	1 480	0.042	0.099	0.0019	0.8	400	1 228.4	117.00	30.0	0.000	155.3	38.3	15
17	16	3	1 800	0.030	0.012	0.0049	0.7	150	630.0	119.50	30.0	0.000	156.6	37.1	16
18	19	14	1 040	0.006	−0.005	−0.0097	0.7	100	260.0	117.00	30.0	0.000	149.2	32.2	17
19	6	19	640	0.003	−0.001	−0.0008	0.1	100	160.0	105.00	30.0	0.000	150.4	45.4	18
20	17	11	780	0.002	0.008	0.0022	0.4	150	273.0	100.00	30.0	0.000	142.7	42.7	19
21	14	18	480	0.002	0.025	0.0050	0.8	200	211.2						
22	18	17	280	0.001	0.023	0.0043	0.7	200	123.2						
23	17	8	1 340	0.006	0.011	0.0043	0.6	150	469.0						

Total flow consumed in the network 0.213
Network total price 8 659.20 thausand lei
Total weight of network pipes 703.40 tone

In Tables 1 and 2 are presented the results obtained for the top consumary hour. They contain pipe and node caracteristics, the total discharge consumed in the system, the cost and total weight of the network pipes, as well as centralized costs and weights per diameter.

Table 2

Nominal diameter	Nr. pipe	Cumulated lenght	Cost	Weight
100	9	7.420	1 855.000	95.718
150	6	5.660	1 981.000	130.180
200	4	2.900	1 276.000	118.320
300	3	3.740	2 318.800	254.694
300	3	3.740	2 318.800	254.694
400	1	1.480	1 228.399	104.488
Total	23	21.200	8 659.195	703.400

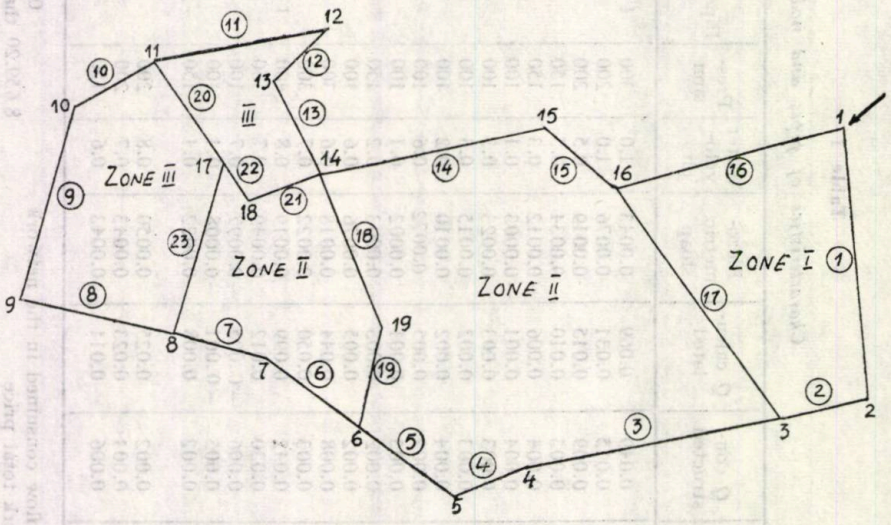


Fig. 1. Water supply network.

5. Conclusions. 1. As far as it is impossible to simultaneously minimize both the construction costs and those of operation [1] the economic analysis carried out, refers only to the construction cost of water distribution network.

2. Because without an initial distribution of flows the technical-economic calculus of a gridiron network lead to the transformation of a gridiron system in branching system, we choose from the possible multitude of transformation the one that corresponds to the minimum route tree of the consumer flow.

3. The hydraulic loss-head through pipes for the minimum route tree was calculated taking into account the integral consumption hypothesis of the available energy on branches.

4. Because the safety condition oblige the turning back to the gridiron system, the flow in the elementary loops were corrected using Lobacev-Cross method.

5. An automatically calculus program that incorporates the mentioned ideas is used for the network from Fig. 1.

Received February 9, 1981

Polytechnic Institute, Jassy,
Laboratory for Water Supply

REFERENCES

1. Абрамов Н. Н., *Водоснабжение.* Стройиздат, Москва, 1974.
2. Шевелев Ф. А., *Таблицы для гидравлического расчета стальных, чугунных, асбеста-цементных и пластмассовых водопроводных труб.* Стройиздат, Москва, 1970.
3. Nakojima S., *Improved Design of Distribution Networks by Minimum Route.* Journal of A.W.W.A. (July 1975).
4. * * * *Instrucţiuni tehnice privind calculul automat al reţetelor de distribuţie a apei.* I.S.L.G.C., Bucureşti, 1979.

ANALIZA ECONOMICĂ A UNEI REŢELE INELARE DE DISTRIBUŢIE A APEI

(Rezumat)

Întrucît este imposibil de minimizat simultan atît costurile de construcţie cît şi cele de exploatare [1] analiza economică ce se efectuează în prezenta lucrare se referă numai la cheltuielile de construcţie a unei reţele inelare de distribuţie a apei. Deoarece fără o repartiţie iniţială a debitelor, calculul tehnico-economic al unei reţele inelare de distribuţie a apei conduce la transformarea reţelei inelare într-o reţea ramificată, s-a ales din mulţimea posibilă de transformări cea care corespunde arborelui cu drumuri minime a debitelor spre consumatori. Pierderile de sarcină hidraulică pe conductele tronsoanelor ramurilor arborelui cu drumuri minime s-au calculat în ipoteza consumului integral al energiei disponibile pe ramură. Condiţiile de siguranţă obligă revenirea la reţeaua inelară prin corectarea debitelor pe inelele elementare prin metoda Lobacev-Cross. Un program de calcul automat, ce înglobează ideile expuse mai sus, se utilizează pentru calculul reţelei din fig. 1. Rezultatele obţinute pentru ora de consum maxim sînt arătate în tabelele 1 şi 2.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secția IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.D.621.94

QUELQUES CONSIDÉRATIONS CONCERNANT LA MESURE DE LA FORCE DE COUPE P_z AU TOURNAGE DE CERTAINS ACIERS

PAR

LAURENȚIU SLĂTINEANU, C. PICOȘ, TRAIAN GRĂMESCU et GH. COMAN

1. Introduction. Dans le cadre de quelques essais expérimentals sur l'usinabilité par la coupe des certains aciers roumains, on a posé le problème de l'établissement de certaines relations mathématiques qui puissent mettre en évidence l'influence exercée par les paramètres du régime de coupe sur la valeur de la composante principale P_z de la force de coupe au tournage. Quelques résultats des recherches effectuées dans ce sens dans le Laboratoire de Technologie de la Construction Mécanique de l'Institut Polytechnique de Jassy constituent le sujet de ce travail.

2. Conditions d'exécution des essais expérimentals. Pour l'étude expérimental de la valeur des forces de coupe à l'usinage par tournage, dans la littérature de specialité sont présentées différentes constructions de dynamomètres. Tels dynamomètres peuvent mesurer une, deux ou toutes les trois composantes de la force de coupe au tournage. Pour l'évaluation de l'usinabilité de certains aciers du point de vue de l'importance des sollicitations produites par le processus de coupe, dans le cadre du Laboratoire de Technologie de la Construction Mécanique on a considéré suffisante la connaissance de la valeur de la composante principale P_z ; les autres composantes (P_x et P_y) de la force de coupe peuvent être déterminées conformément aux relations correspondantes existentes dans la littérature de specialité, par rapport aux conditions proprement-dites de coupe.

L'installation de mesure utilisée contient dans ce but (fig. 1) l'outil *1*, avec les jauges de contrainte collées *2*, le tensomètre électronique *3* et l'enregistreur en coordonnées *4*.

L'emplacement des jauges tensométriques sur l'outil a été effectué d'une telle manière qu'on fait assurer la mesure des sollicitations produites par la composante P_z de la force de coupe. Une amplification correspondante du signal électrique qui parcourt les jauges de contrainte a été possible grâce au tensomètre électronique et à l'enregistreur en coordonnées, à l'aide duquel on a obtenu la représentation graphique conforme à la variation en temps de la valeur de la composante P_z de la force de coupe.

On considère que l'utilisation de l'installation de mesure présentée met en valeur quelques aspects intéressants concernant le maintien des conditions normales de coupe. On connaît ainsi le fait que, d'habitude, les dyna-

momètres sont outillés d'un élément flexible, dont la déformation peut contribuer à une certaine modification des conditions réelles de coupe. Dans les conditions de l'utilisation de l'installation de mesure de la fig. 1, le système technologique contient ses éléments usuels, l'amplification intense du signal électrique étant effectuée à l'aide du tensomètre électronique et de l'amplificateur de l'enregistreur. Seule l'utilisation du tensomètre électronique pour mesurer la valeur moyenne de la composante P_z aurait conduit aux certaines difficultés, dues à l'oscillation de l'aiguille indicatrice ; ces difficultés sont fort diminuées par l'utilisation de l'enregistrement graphique.

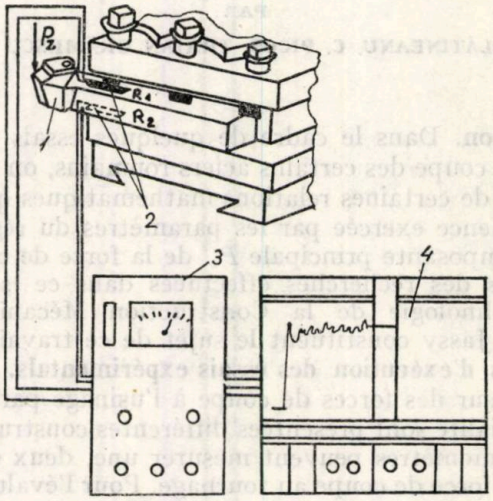


Fig. 1. — L'installation utilisée pour la mesure de la valeur de la composante P_z de la force de coupe.

Un problème important des installations actuelles de mesure est d'éviter les influences réciproques entre les composantes de la force de coupe. Pour étudier cet aspect dans le cas de l'installation de mesure utilisée, on a appellé au chargement de l'outil avec de forces statiques sur les directions des trois axes de coordonnées, Ox, Oy et Oz, en mesurant le signal (la valeur de la force) saisi par les jauges de contrainte, dont le rôle est d'abord de permettre la mesure de la composante P_z. Le résultat de cette expérimentation est présenté graphiquement dans la diagramme de la fig. 2. On a constaté que la déformation saisie par les jauges de contrainte et produite par le chargement statique sur les directions Ox et Oy est relativement réduite ; une explication de ce fait est presentée par la suite.

Premièrement, les jauges de contrainte ont été emplacées sur l'outil en suivant la direction de l'axe Oy, la construction de l'outil permettant cette chose. En même temps, la liaison des jauges de contrainte a été faite d'une telle manière qu'on peut enregistrer la courbure de l'outil, ce

que fait que les déformations sur la direction de la force P_y (la compression de l'outil) ne soient pas théoriquement enregistrées.

Ayant encore en vue la grande rigidité de l'outil sur la direction de l'axe Oy, est évidemment justifiée la valeur réduite de l'influence du chargement sur la direction Oy sur la valeur de la composante P_z.

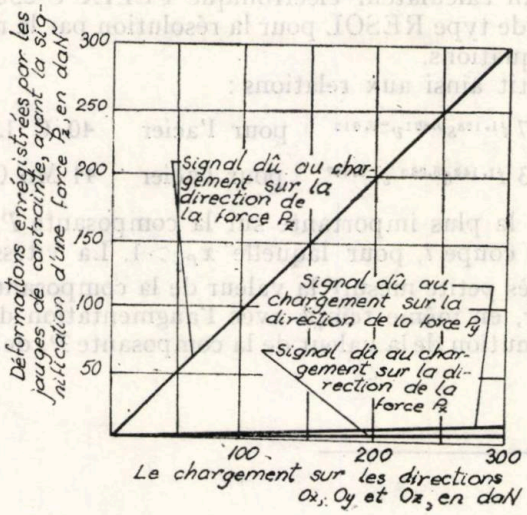


Fig. 2. — L'influence exercée par les chargements sur les directions Ox, Oy et Oz sur la valeur de la composante P_z, saisie par les jauges de contrainte.

En ce qui concerne le chargement sur la direction Ox, cellui-ci est moins saisi par les jauges de contrainte, également grâce à leur mode d'emplacement.

Compte tenu du fait qu'on accepte, pour le tournage dans des conditions usuelles, un rapport des composantes $P_z : P_y : P_x = 5 : 2 : 1$, on arrive à la conclusion que les composantes P_x et P_y influencent dans une mesure assez réduite la valeur de la composante P_z ; celle-ci a conduit à l'omission des influences des composantes P_x et P_y, en considérant que les déformations enregistrées graphiquement sont dues en totalité à la composante P_z. D'ailleurs il aurait été difficilement à déterminer, pour chaque expérimentation séparément (c'est-à-dire pour chaque groupe de valeurs des paramètres de travail, v—vitesse de coupe, s—avance, t—profondeur de coupe) la valeur qui doit être soustraite de la composante déterminée pour la direction Oz.

Dans la fig. 3 sont présentées quelques courbes de variation en temps de la composante P_z de la force, pour certaines valeurs des paramètres du régime de coupe, au tournage de l'acier 41 Mo C11 ($v=58$ m/min, $t=1$ mm, le rayon du bec $r_\varepsilon=1{,}2$ mm).

3. Résultats expérimentals et conclusions. En utilisant l'installation de mesure présentée, on a effectué à raison de 50 ... 60 enregistrements de la valeur de la composante P_z, pour différentes combinaisons des para-

mètres du regime de coupe. À l'aide des enregistrements graphiques et ayant en vue l'etalonnage initial, on a déterminé les valeurs de la composante P_z.

Pour l'interprétation des données expérimentales, on a utilisé la méthode des moindres carrés. Comme les calculs nécessaires pour la détermination des coefficients et des exposants par cette méthode sont très nombreux, on a appellé à un calculateur électronique FELIX C-256, en utilisant un sous-programme de type RESOL pour la résolution par la méthode de Gauss du système d'équations.

On a aboutit ainsi aux relations :

$$P_z = 162{,}977\, t^{1.138} s^{0.661} v^{-0.013} \quad \text{pour l'acier} \quad 40\ C\ 130$$

$$P_z = 207{,}413\, t^{1.143} s^{0.663}\, v^{-0.037} \quad \text{pour l'acier} \quad 41\ Mo\ C\ 11.$$

L'influence la plus importante sur la composante P_z est exercée par la profondeur de coupe t, pour laquelle $x_{P_z} > 1$. La vitesse de coupe influence dans une très petite mesure la valeur de la composante P_z ; tel comme il était à prévoir, en même temps avec l'augmentation de la vitesse, il se produit une diminution de la valeur de la composante P_z de la force de coupe.

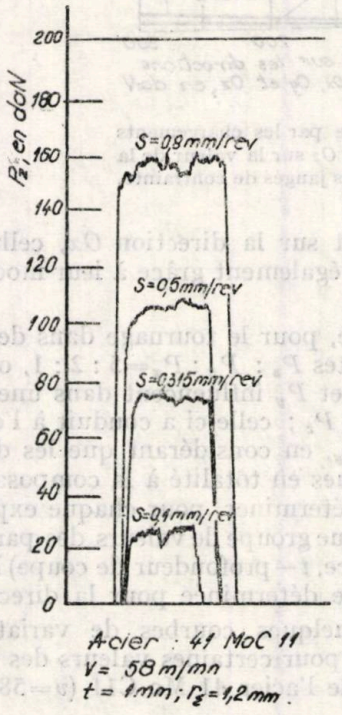


Fig. 3. — Enregistrement graphique de la variation en temps de la valeur de la composante P_z au tournage de l'acier 41 Mo C 11.

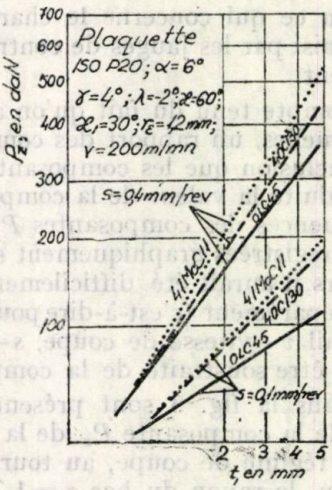


Fig. 4. — L'influence de la profondeur de coupe sur la valeur de la composante P_z de la force au tournage de certains aciers.

Quelques représentations graphiques concernant la variation de la valeur de la composante P_z de la force conformément aux relations établies sont présentées dans la fig. 4.

Reçue le 29 Mai 1981

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Technologie de la Construction Mécanique

BIBLIOGRAPHIE

1. Langhammer K., *Möglichkeiten zur Ermittlung der Zerspanbarkeit von Stahl durch Schnittkraftmessungen.* Industrie Anzeiger, **93**, 97 (1971).
2. Lăzărescu I., *Teoria aşchierii metalelor şi proiectarea sculelor.* Ed. did. şi ped., Buc., 1964.
3. Picoş C. şi colab., *Calculul adaosurilor de prelucrare şi al regimurilor de aşchiere.* Ed. tehn., Buc., 1974.
4. Slătineanu L., *Contribuţii la studiul prelucrabilităţii prin aşchiere a unor oţeluri româneşti.* Teză de doctorat, Institutul politehnic Iaşi, 1980.

CÎTEVA CONSIDERAŢII PRIVIND MĂSURAREA FORŢEI DE AŞCHIERE P_z LA STRUNJIREA UNOR OŢELURI

(Rezumat)

Se prezintă rezultatele unor cercetări experimentale privind influenţa exercitată de adîncimea de aşchiere, avansul de lucru şi viteza de aşchiere asupra mărimii componentei P_z a forţei de aşchiere la strunjirea unor oţeluri aliate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secția IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.Z.621.791 ; 621.643

MODEL MATEMATIC PENTRU STUDIUL DEFORMAȚIILOR BENZII DE TABLĂ LA FABRICAREA ȚEVILOR SUDATE LONGITUDINAL

DE

DAN NICOLESCU și DAN SCURTU

1. Introducere. Lucrarea de față studiază optimizarea procesului de fabricare a țevilor sudate longitudinal. În acest scop s-au avut în vedere două procedee de optimizare : primul constă în a determina cu un efort minim o deformație maximă, iar cel de-al doilea procedeu are în vedere determinarea unor raze optime de curbură la cajele de formare, raze care trebuie să aibă o astfel de valoare încît deformațiile materialului să fie simetrice față de marginile benzii de tablă aflată în procesul de formare. Întrucît prima metodă de optimizare nu poate conduce la rezultate concludente, știut fiind faptul că între efort și deformație există o relație biunivocă, cercetările autorilor au luat în considerare cea de-a doua metodă propusă.

Pentru aceasta s-a aplicat următoarea succesiune de etape de lucru : la început a fost stabilit un model matematic, care a furnizat un set de deformații teoretice, în condiții impuse apriori, după care s-a trecut la etapa experimentală obținînd un set de deformații experimentale, în timpul procesului real de formare a țevii.

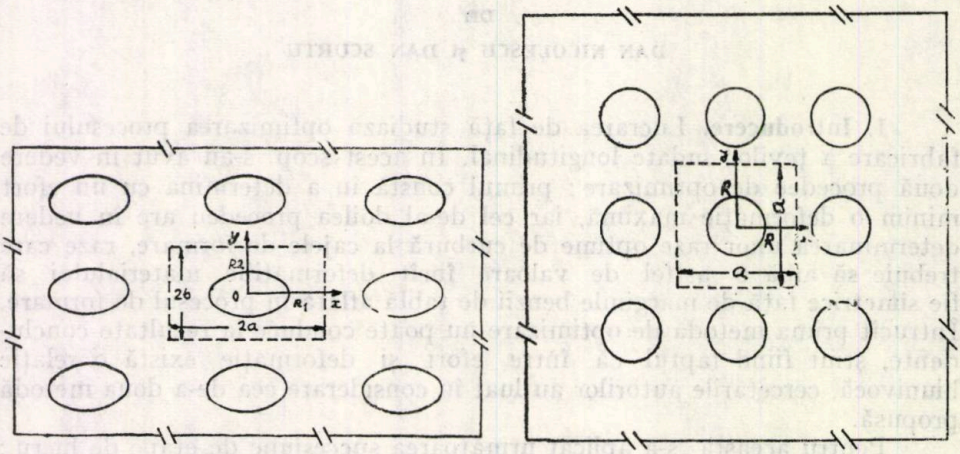
Cele două grupe de deformații, teoretice și experimentale, au fost prelucrate, urmînd să se tragă concluziile posibile pentru metoda propusă de optimizare.

2. Studiul teoretic. Modelul matematic a fost stabilit pornind de la unele cercetări anterioare [1], [2], [4], [5] și în special [3]. Astfel, K. Mizoguchi [3] tratează problema studierii deformațiilor și a interdependențelor dintre ele, la o bandă din tablă în care s-au practicat orificii eliptice.

Aceste cercetări încununează unele lucrări mai vechi [2], în care a fost prezentată o metodă de rezolvare a unei cavități clindrice circulare cu orificii, indiferent de forma, dimensiunile și numărul orificiilor, și a fost stabilită o ecuație diferențială fundamentală în problemele de deformații bidimensionale (plane), pentru orice forță din corpul deformat plastic (corp cav sau placă) și indiferent de forma, numărul, dimensiunile și dispunerea orificiilor.

Cercetători din alte școli [1], [4], [5], s-au ocupat de asemenea de probleme similare, fără însă a ajunge la performanțele japonezilor K. Mizoguchi și K. Yamada [2], [3]. Astfel, cazul orificiilor cir-

culare a fost studiat în lucrările [1] şi [4], cu rezultate nu întru-totul satisfăcătoare. Soluţia prezentată în [4] are un caracter analitic, dar nu reiese clar dacă seriile infinite conţinute în această soluţie sînt convergente pentru orificiile dispuse pe reţele rectangulare. De asemenea, procedeul dispunerii punctuale a orificiilor circulare [1] nu este satisfăcător pentru orificiile de formă şi dispunere arbitrare. Metoda prezentată în lucrarea [5] poate fi aplicată numai în cazul pătratelor şi a dispunerii rectangulare a orificiilor eliptice, nefiind deloc satisfăcătoare pentru plăcile mari sau infinite (cazul benzilor de tablă) şi cu o dispersie mai mare a orificiilor.



a Fig. 1 *b*

Datorită tuturor acestor considerente, autorii au pornit la rezolvarea teoretică a problemei propuse de la lucrările lui K. Mizoguchi şi K. Yamada [2],[3], care oferă o metodă de determinare a deformaţiilor aplicabilă plăcilor infinite şi cu orificii de formă şi dispunere arbitrare şi cu soluţii de rezolvare foarte exacte. Rezultatele din cazul mai complicat al orificiilor eliptice s-au particularizat la cazul mai simplu şi mai uşor de aplicat în practică (avînd în vedere fabricaţia ţevilor sudate longitudinal, din semifabricate în formă de benzi de tablă), al orificiilor circulare, cu o dispunere rectangulară simplă, fără suprapunere (fig. 1 *b*).

3. Elaborarea modelului matematic. Modelul matematic a permis în final obţinerea a două ecuaţii cu două necunoscute ε_x şi ε_y. Ecuaţia diferenţială fundamentală, pentru orice tip de solicitare aplicată corpului, în cazul cînd problema este plană, are forma [2], [3]

$$\Delta\Delta F = A - \nu B, \qquad \left(\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \tag{1}$$

unde F este o funcţie corespunzătoare funcţiei de tensiuni Airy, ν — coeficientul lui Poisson, iar A şi B sînt daţi de

(2) $$A=\frac{\partial^2\beta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\alpha}{\partial y^2}, \quad B=\frac{\partial^2\alpha}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\beta}{\partial y^2},$$

unde atît α cît și β sînt funcții de x și y și se pot exprima prin

(3) $$f_x=\frac{\partial\alpha}{\partial x}, \quad f_y=\frac{\partial\beta}{\partial y};$$

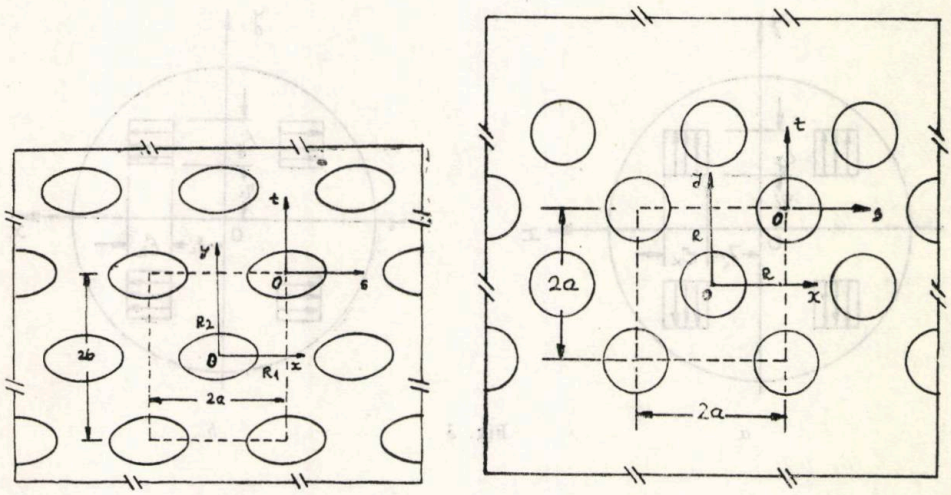
în care f_x și f_y sînt componentele forței aplicate corpului în direcția x, respectiv y.

Componentele tensiunilor sînt date de următoarele relații:

(4) $$\sigma_x=\frac{\partial^2F}{\partial y^2}-\alpha, \quad \sigma_y=\frac{\partial^2F}{\partial x^2}-\beta, \quad \tau_{xy}=-\frac{\partial^2F}{\partial x\partial y}.$$

Ecuațiile (4) pot fi detaliate, ținînd seama de expresiile (1), (2), (3) și de următoarele considerente:

a) dispunerea periodică dublă a orificiilor într-o placă infinită poate fi rectangulară simplă, fără suprapuneri (fig. 1*a* — pentru orificiile eliptice și fig. 1*b* — pentru orificiile circulare), sau rectangulară cu suprapuneri (fig. 2*a* — pentru orificiile eliptice și fig. 2*b* — pentru orificiile circulare);

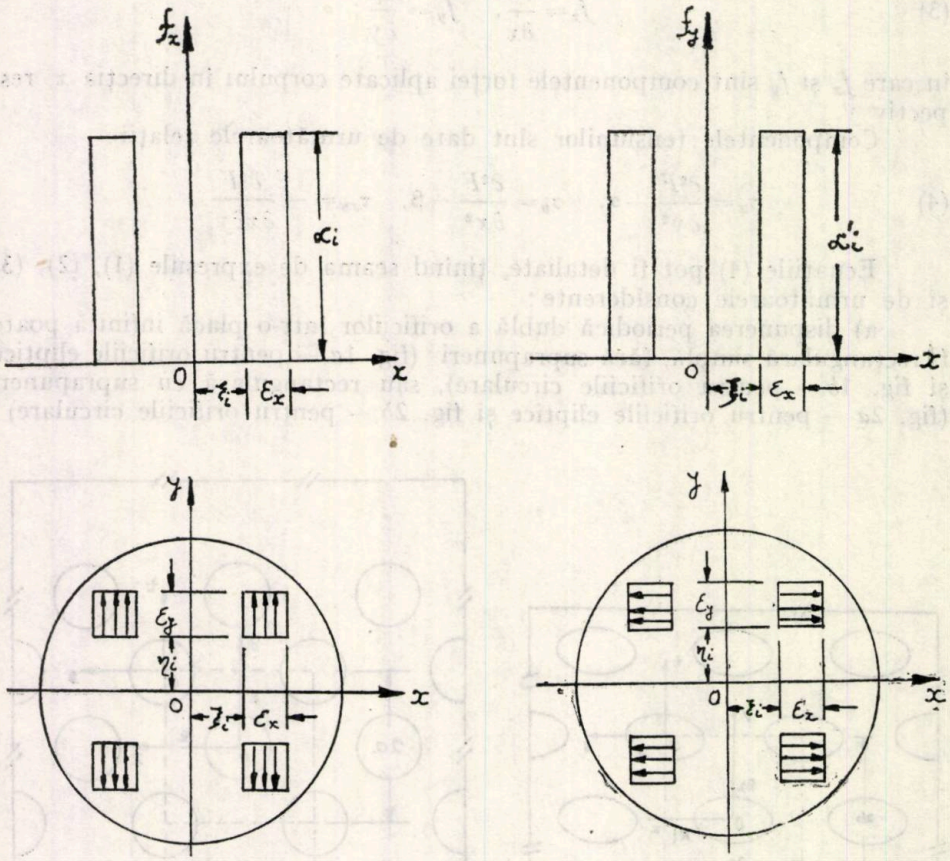


a Fig. 2 *b*

b) în cazul orificiilor eliptice [3], perioadele dispunerii sînt $2a$ — în direcția x și $2b$ — în direcția y, cu razele orificiului R_1 (maximă) și R_2 (minimă);

c) suprafețele de sarcini din interiorul fiecărui orificiu se determină din condiția că laturile lor sînt tocmai deformațiile ε_x și ε_y (fig. 3 — pentru cazul orificiilor circulare), ale căror dimensiuni și număr vor fi calculate în funcție de specificul problemei și la numărul de puncte selecționate pentru impunerea condițiilor la limită;

d) forțele aplicate corpului f_x (fig. 3*a*) și f_y (fig. 3*b*) au pulsații rectangulare de înălțime α_i (pentru f_x) și respectiv α'_i (pentru f_y), f_x fiind simetric față de axa x și nesimetric față de axa y, iar f_y nesimetric față de axa x și simetric față de axa y.



a Fig. 3 *b*

În baza celor relatate mai sus și având în vedere simetria și periodicitatea problemei, expresiile (3), dezvoltate într-o serie Fourier dublă, capătă următoarea formă, în cazul orificiilor eliptice cu dispunere rectangulară simplă, fără suprapuneri (fig. 1*a*) :

$$f_x = \sum_{\lambda=1}^{\infty} A_\lambda \sin \frac{\lambda \pi x}{a} + \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} C_{\lambda\mu} \sin \frac{\lambda \pi x}{a} \cos \frac{\mu \pi y}{b}, \tag{5}$$

$$\lambda, \mu = 1, 2, 3, \ldots$$

în care

$$(5')\quad \begin{cases} A_\lambda = \dfrac{4\alpha_i}{\pi}\dfrac{\varepsilon_y}{b}\dfrac{1}{\lambda}\sin\dfrac{\lambda\pi(\xi_i+\varepsilon_x/2)}{a}\sin\dfrac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}, \\ C_{\lambda\mu} = \dfrac{16\alpha_i}{\pi^2}\dfrac{1}{\lambda\mu}\sin\dfrac{\lambda\pi(\xi_i+\varepsilon_x/2)}{a}\sin\dfrac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}\cos\dfrac{\mu\pi(\eta_i+\varepsilon_y/2)}{b}\sin\dfrac{\mu\pi\varepsilon_y}{2b}, \end{cases}$$

$$(6)\quad f_y = \sum_{\mu=1}^{\infty} B'_\mu \sin\frac{\mu\pi y}{b} + \sum_{\lambda=1}^{\infty}\sum_{\mu=1}^{\infty} C'_{\lambda\mu}\cos\frac{\lambda\pi x}{a}\sin\frac{\mu\pi y}{b},$$

$$\lambda,\ \mu = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

cu

$$(6')\quad \begin{cases} B'_\mu = \dfrac{4\alpha'_i}{\pi}\dfrac{\varepsilon_x}{a}\dfrac{1}{\mu}\sin\dfrac{\mu\pi(\eta_i+\varepsilon_y/2)}{b}\sin\dfrac{\mu\pi\varepsilon_y}{2b}, \\ C'_{\lambda\mu} = \dfrac{16\alpha'_i}{\pi^2}\dfrac{1}{\lambda\mu}\cos\dfrac{\lambda\pi(\xi_i+\varepsilon_x/2)}{a}\sin\dfrac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}\sin\dfrac{\mu\pi(\eta_i+\varepsilon_y/2)}{b}\sin\dfrac{\mu\pi\varepsilon_y}{2b}. \end{cases}$$

În aceste relații s-au făcut următoarele notații (fig. 1*a* și fig. 3) : a și b — perioadele de dispunere a orificiilor ; α_i — forța aplicată în direcția x în timpul procesului de formare ; α'_i — forța aplicată în direcția y în timpul procesului de formare ; ξ_i — distanța măsurată pe axa x pînă în punctul unde se măsoară deformația ; η_i — distanța măsurată pe axa y pînă în punctul unde se măsoară deformația ; λ — indicele de sumare după axa x ; μ — indicele de sumare după axa y ; ε_x — deformația în lungul axei x ; ε_y — deformația în lungul axei y ; $a \neq b$.

Se constată că forțele α_i și α'_i nu sînt constante în timpul procesului de formare, ci se modifică de la un punct la altul în cadrul aceluiași stadiu de deformare (înțelegînd prin aceasta o cajă oarecare), cît și la trecerea de la o cajă la alta.

În cazul orificiilor circulare (fig. 1*b*), aceste relații se modifică, avînd în vedere modificarea următorilor parametri : $a=b$, $\lambda=\mu$, axele elipsei devenind parametrii cercului ; $\xi_i=\eta_i=0$, deoarece se consideră suprafețele elementare deformabile chiar în centrul cercului (fig. 4), spre deosebire de cazul cînd aceste suprafețe nu se consideră situate în centrul cercului (fig. 3).

Astfel, relațiile (5) și (6) devin

$$(7)\quad f_x = \sum_{\lambda=1}^{\infty} A_\lambda \sin\frac{\lambda\pi x}{a} + 2\sum_{\lambda=1}^{\infty} C_\lambda \sin\frac{\lambda\pi x}{a}\cos\frac{\lambda\pi y}{a},$$

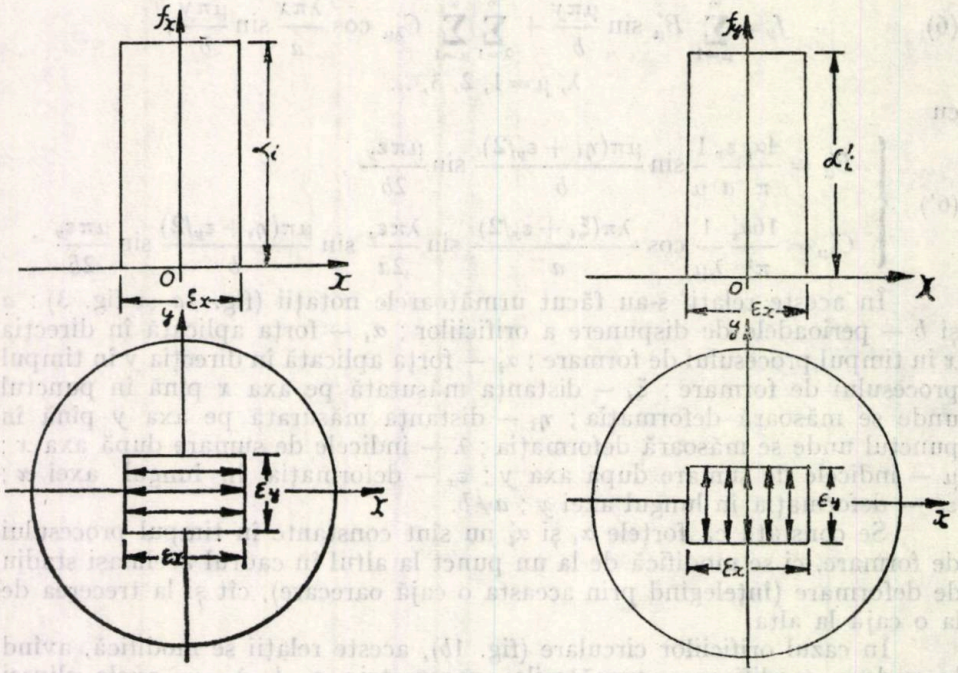
$$\lambda = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

$$(8)\quad f_y = \sum_{\lambda=1}^{\infty} B'_\lambda \sin\frac{\lambda\pi y}{a} + 2\sum_{\lambda=1}^{\infty} C'_\lambda \cos\frac{\lambda\pi x}{a}\sin\frac{\lambda\pi y}{a},$$

în care, prin transformarea corespunzătoare a relațiilor (5') și (6'),

$$(9)\quad \begin{cases} A_\lambda = \dfrac{4\alpha_i}{\pi}\dfrac{\varepsilon_y}{a}\dfrac{1}{\lambda}\sin^2\dfrac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}, \\ C_\lambda = \dfrac{16\alpha_i}{\pi^2}\dfrac{1}{\lambda^2}\sin^2\dfrac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}\dfrac{1}{2}\sin\dfrac{\lambda\pi\varepsilon_y}{a}, \end{cases}$$

$$(10)\quad \begin{cases} B'_\lambda = \dfrac{4\alpha'_i}{\pi}\dfrac{\varepsilon_x}{a}\dfrac{1}{\lambda}\sin^2\dfrac{\lambda\pi\varepsilon_y}{2a}, \\ C'_\lambda = \dfrac{16\alpha'_i}{\pi^2}\dfrac{1}{\lambda^2}\dfrac{1}{2}\sin\dfrac{\lambda\pi\varepsilon_x}{a}\sin^2\dfrac{\lambda\pi\varepsilon_y}{2a}. \end{cases}$$



a Fig. 4 b

Componentele tensiunilor datorate forţei f_x (fig. 4*a*) — tensiunile normale σ_x şi σ_y — şi forţei f_y (fig. 4*b*) — tensiunile normale σ'_x şi σ'_y — se pot obţine uşor din ecuaţiile (1) ... (4), pentru cazul în care se consideră axele de coordonate principale ($\tau = 0$), iar orificiile sînt circulare şi practicate în banda de tablă după o dispunere fără suprapunere :

$$(11)\quad \sigma_x = \frac{4}{\pi^2}\sum_{i=1}^{I}\alpha_i\varepsilon_y\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a} + 2\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{3+\nu}{4\lambda^3}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}\frac{1}{2}\sin\frac{\lambda\pi\varepsilon_y}{a},$$

$$(12)\quad \sigma_y = \frac{4}{\pi^2}\sum_{i=1}^{I}\alpha_i\varepsilon_y\nu\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a} + 2\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{\nu}{2\lambda^3}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}\frac{1}{2}\sin\frac{\lambda\pi\varepsilon_y}{a},$$

$$(13)\quad \sigma'_x = \frac{4}{\pi^2}\sum_{i=1}^{I}\alpha'_i\varepsilon_x\nu\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda^2}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a} - 2\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1-\nu}{4\lambda^3}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_y}{2a}\frac{1}{2}\sin\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{a},$$

$$14)\quad \sigma'_y = \frac{4}{\pi^2}\sum_{i=1}^{I}\alpha'_i\varepsilon_x\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda^2}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a} + 2\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{3+\nu}{4\lambda^3}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_y}{2a}\frac{1}{2}\sin\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{a},$$

în care I reprezintă numărul total de orificii circulare practicate în banda de tablă pentru un anumit stadiu de deformare, între două caje succesive ale formatorului de țevi.

Trecînd la analizarea condițiilor la limită, se constată că soluțiile problemei au aceleași perioade ca ale orificiilor și atunci satisfacerea condițiilor la limită pe oricare dintre orificii este suficientă pentru toate condițiile la limită de pe toate celelalte; datorită simetriei problemei este suficient să se analizeze numai un pătrat al unei perioade.

În cazul cînd placa (banda de tablă) este supusă acțiunii unei tensiuni uniforme T numai în direcția y, valorile tensiunilor σ_x, σ_y, σ_x' și σ_y' nu sînt suficiente și atunci apare necesitatea considerării unor tensiuni uniforme σ_{x_0} și σ_{y_0}. Astfel, pentru o dispunere rectangulară fără suprapunere a orificiilor, această condiție capătă forma

$$(15)\qquad \int_0^b (\sigma_{x_0}+\sigma_x+\sigma_x')\,dy=0,\quad \int_0^a (\sigma_{y_0}+\sigma_y+\sigma_y')\,dx=aT,\qquad y=b.$$

Din ecuațiile (15) și ținînd cont de (11) ... (14), se pot obține expresiile lui σ_{x_0} și σ_{y_0}:

$$(16)\qquad \sigma_{x_0}=\frac{4}{\pi^2}\varepsilon_y\sum_{i=1}^{I}\alpha_i\sum_{\lambda=1}^{\infty}(-1)^{\lambda}\frac{1}{\lambda^2}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a},$$

$$(17)\qquad \sigma_{y_0}=T-\frac{4}{\pi^2}\varepsilon_x\sum_{i=1}^{I}\alpha_i'\sum_{\lambda=1}^{\infty}(-1)^{\lambda}\frac{1}{\lambda^2}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_y}{2a}.$$

Ecuațiile de contur care permit obținerea unui sistem de două ecuații cu două necunoscute ε_x și ε_y, se deduc prin integrarea tuturor eforturilor unitare considerate:

$$(18)\qquad \int_0^R (\sigma_x+\sigma_x'+\sigma_{x_0})\,dy=0,\quad \int_0^R (\sigma_y+\sigma_y'+\sigma_{x_0})\,dx=aT,$$

unde T reprezintă tensiunea datorată forței de deformare totală, cauzată de presiunea rolelor cajelor asupra materialului semifabricatului, iar R este raza orificiului circular.

Înlocuind în expresiile (18) relațiile (11)...(14), (16) și (17) se ajunge prin integrare la următorul sistem de ecuații:

$$\begin{aligned}(19)\quad &\frac{2\varepsilon_y^2}{\pi^2}\sum_{i=1}^{I}\alpha_i\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}+\frac{3+\nu}{2a}\pi\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda^2}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}\cos^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_y}{a}+\\ &+\frac{2\varepsilon_y^2}{\pi^2}\nu\sum_{i=1}^{I}\alpha_i'\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda^2}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}-\frac{1-\nu}{4a}\pi\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda^2}\cos^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_y}{2a}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{a}+\\ &+\frac{2\varepsilon_y^2}{\pi^2}\sum_{i=1}^{I}\alpha_i\sum_{\lambda=1}^{\infty}(-1)^{\lambda}\frac{1}{\lambda^2}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}=0,\end{aligned}$$

$$-\frac{2\varepsilon_x^2}{\pi^2}\sum_{i=1}^{I}\alpha_i'\sum_{\lambda=1}^{\infty}(-1)^{\lambda}\frac{1}{\lambda^2}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_y}{2a}-\frac{4\varepsilon_y\nu}{a}\sum_{i=1}^{I}\alpha_i\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda}\cos^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}-$$

$$-\frac{\pi\nu}{2a}\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda^2}\cos^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}\cos\frac{\lambda\pi\varepsilon_y}{a}-\frac{2\varepsilon_x^2}{\pi a}\sum_{i=1}^{I}\alpha_i'\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda}\cos^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{2a}- \tag{19}$$

$$-\frac{3+\nu}{2a}\pi\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda}\sin^2\frac{\lambda\pi\varepsilon_y}{2a}\cos\frac{\lambda\pi\varepsilon_x}{a}=T(R-a).$$

Pentru a obține deformații simetrice ale platbandei de tablă supusă prelucrării, față de axul longitudinal x al acesteia (fig. 5), se mai pune condiția ca ecuațiile care compun sistemul (19) să fie simetrice, adică :

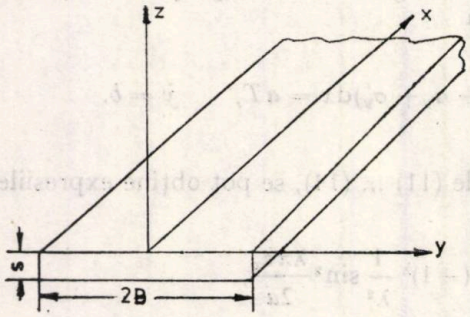


Fig. 5

$$F_1(\varepsilon_x\,;\,\varepsilon_y\,;\,\lambda)=F_1(-\varepsilon_x\,;\,-\varepsilon_y\,;\,\lambda), \tag{20}$$
$$F_2(\varepsilon_x\,;\,\varepsilon_y\,;\,\lambda)=F_2(-\varepsilon_x\,;\,-\varepsilon_y\,;\,\lambda).$$

4. Concluzii. Rezolvînd pe calculatorul electronic sistemul de ecuații (19), se obțin valori pentru deformațiile teoretice corespunzătoare fiecărei caje a formatorului de țevi sudate longitudinal (constituirea eboșei tubulare), adică pentru fiecare stadiu de deformare.

Rezultatele acestor cercetări, precum și a celor experimentale, vor fi prezentate în lucrări ulterioare.

Primită la 26 noiembrie 1981

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Bailey R., Hicks R., J. Mech. Engng. Sci., 2, 2, 143—148 (1960).
2. Mizoguchi K. et al., Trans. Japan Soc. Mech. Engrs., **300**, *8*, 1 457—1 562 (1971).
3. Mizoguchi K., Yamada K., *Two-Dimensional Stress Analysis of an Infinite Plate with a Doubly Periodic Array of Elliptic Holes.* Bull. JSME, **20**, *150*, 1 515—1 523 (1977).
4. Saito H., ZAMM, Jap., **37**, *4*, 111—118 (1957).
5. Wilson H.B., Hill J.L., Proc. Southeastern Appl. Mech. Conf., 1966, pp. 147—160.

MATHEMATISCHES MODELL FÜR DAS STUDIUM DER DEFORMATIONEN DER BLECHBÄNDER FÜR LÄNGSGESCHWEISSTE ROHRE

(Zusammenfassung)

Ausgehend von einigen vorausgehenden Untersuchungen [2] u. [3], stellte man ein mahematisches Modell auf (Gleichungen (19)), welches die thoeretische Berechung der ε_x und ε_t-Verformungen eines Blechbandes ermöglicht, mit einfachèr Rasterlochung (laut Abb. 1*b*). Dieses Modell kann bei längsgeschweissten aus Blechbändern (Abb. 5) hergestellten Rohren unter kontinuierlicher Rollenverformung angewendet werden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.C.621.91

FREQUENCY ANALYSIS OF SURFACE FINISH IN MILLING

BY

CAZIMIR BOHOSIEVICI and I. OANCEA

1. Introduction. In a previous paper [1] it has been shown that the analysis of the frequency content of the cut-surfaces profiles is possible by determining the power spectral density. A greater and greater interest has been noted lately for the estimation of the harmonic content of machined surface profiles, on account of the fact that both the amplitude spectrum and the spectral density contain valuable information about the characteristics of surface generation [2]. For instance, the existence of a maximum on the spectral density curve at the low frequencies range indicates the existence of a waviness ; the variation of the ratio of the higher harmonics amplitude to the amplitude of the fundamental harmonic, versus the cutting time, indicates a variation of the shape of the surface profile due to the tool wear [3] etc.

The purpose of this paper is to characterize—by the power spectral density — in the frequency domain, the roughness of the plane surface, fine milled with shell mills.

2. Methodology of Determining the Power Spectral Density by Analog Techniques. The function of the power spectral density can be determined either by digital computer calculations on the basis of a Fourier-transformation of a auto-correlation function or by analog measurement techniques, i.e. by a spectral analyzer. In [4], a digital computer flow chart has been given, by means of which the calculation program for the Felix C256 computer has been elaborated.

The determination of the spectral density by analog techniques is accomplished by the passage of the electrical signal through the filters of a frequency analyzer and by measuring/recording the transmitted power at each frequency.

The basic principles for the analog measurement of the power spectral density are described below.

It is known that the mean square value $\overline{x^2(t)}$ of a random function $x(t)$ can be estimated by the averaging over a finite time interval T with the relation

$$\overline{x^2(t)} = \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\,dt. \tag{1}$$

If the signal $x(t)$ is passed by a band-pass filter with a bandwidth of B_e Hz centered at a frequency f, the estimation of the power spectral density describes the time average of the values $x^2(t)$ of the signal components with frequencies lying inside the frequency band $f-B_e/2$ to $f+B_e/2$, divided by the filter bandwidth B_e [5].

The estimation of the power spectral density $S(f)$ having the frequency f as a variable, will be obtained as follows:

$$S(f)=\frac{\overline{x^2(t)}}{B_e}=\frac{1}{B_eT}\int_0^T x^2(t,f,B_e)\,dt, \tag{2}$$

where $x(t,f,B_e)$ is that portion of the signal $x(t)$ passed by a band-pass filter with a bandwidth of B_e Hz and with a centre frequency of f Hz.

The relation (2) stands on the basis of determining the power spectral density by filtering the signal on the frequency analyzer.

The operations accomplished by an analog frequency analyzer for determining the spectral density are the following:

i) frequency filtering of the signal by a narrow band-pass filter having a bandwidth of B_e Hz;

ii) squaring of the instantaneous values of the filtered signal;

iii) averaging of the squared instantaneous values over the averaging time;

iv) division of the mean square output value by the bandwidth B_e of the used filter.

If the filter centre frequency is moved in such a way that it covered a frequency range of interest, a plot of the power spectral density function $S(f)$ versus the frequency f is obtained.

The block diagram of the instrumentation used for determining the power spectral density is shown in Fig. 1. The analog electrical signal,

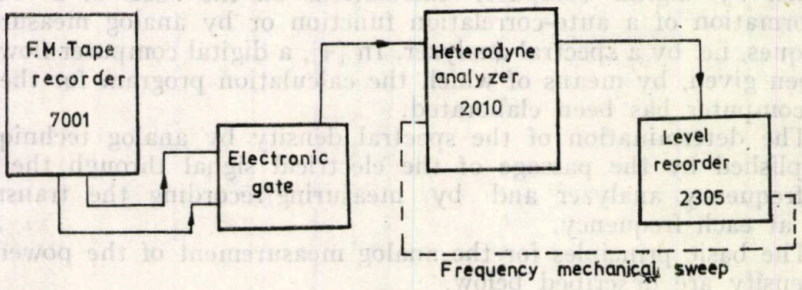


Fig. 1

proportional to the heights of the profile asperities, signal coming from the 252-type profilograph-profilometer, has been recorded on the magnetic tape of the f.m. tape recorder 7001 Brüel & Kjaer. The recording has been made on a closed loop magnetic tape which can be recycled as long as necesary for the complete accomplishment of the frequency analysis. To eli-

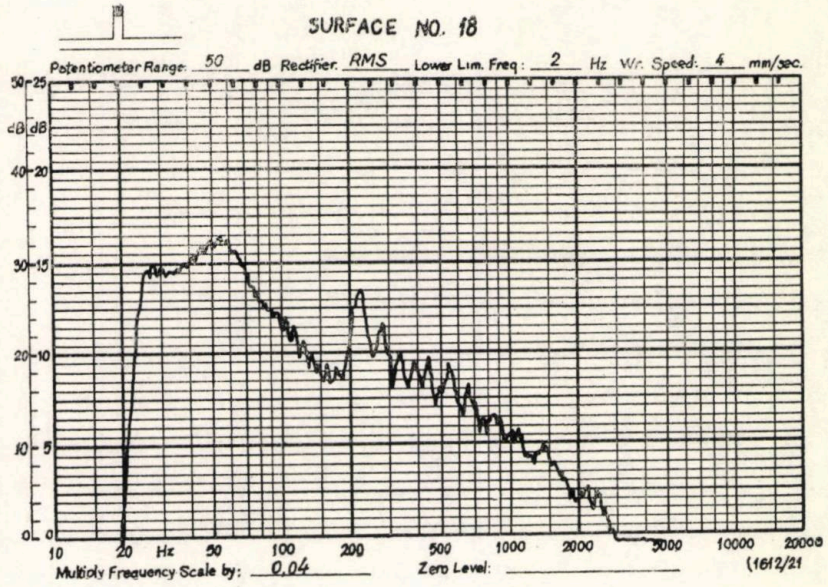


Fig. 2. — Power spectral density for the surface milled under the following conditions: $s = 0.494$ mm/rev; $v = 179$ m/min; roughness parameter Ra = 0.5 μm. Bandwith of the filter $B = 3.16$ Hz.

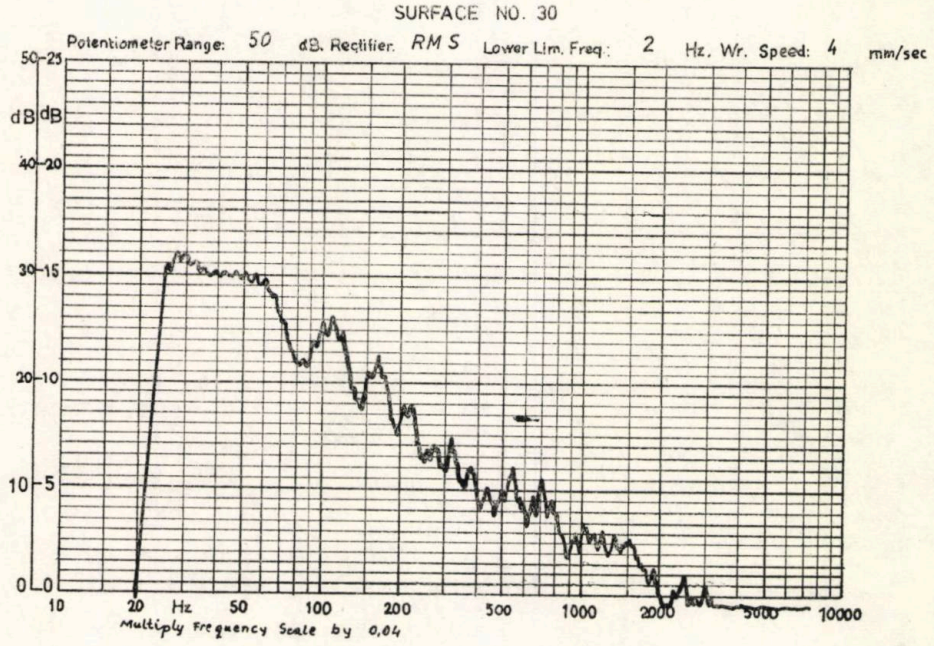
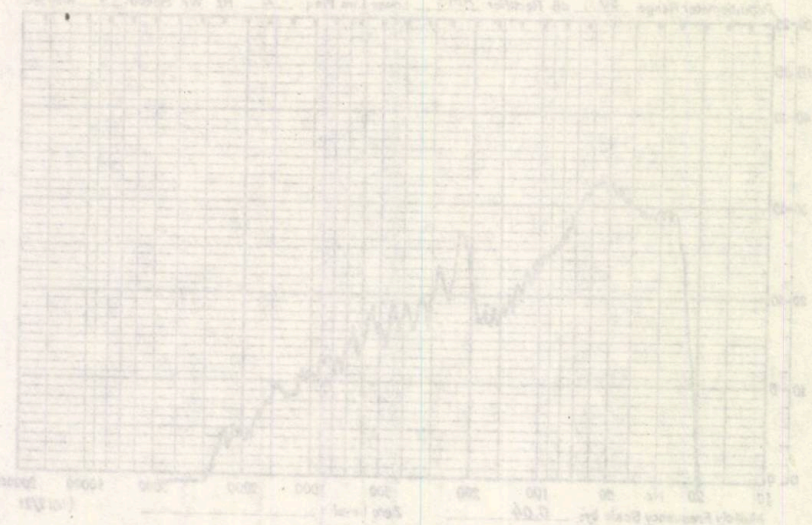


Fig. 3. — Power spectral density fot the surface milled with: $s = 0.494$ mm/rev; $v = 282.7$ m/min Roughness Ra = 0.2 μm; bandwith of the filter 3.16 Hz.



minate the spurious impulses produced by the splicing of the loop ends, an electronic gate built up as indicated in reference [6] has been used.

The minimum frequency of the analog signal corresponding to the maximum wavelengths existing in the cut-surfaces profiles and to the used scan speed of profilometer ($v=1$ mm/s) is of about 0.5 Hz. The analysis range of the heterodyne analyzer type 1020 Brüel & Kjaer is between 2 Hz and 200 kHz, the lowest scale being 2 Hz...2 kHz. That is why to analyse the possible frequencies under 2 Hz from the analysing signal, the „translation-in frequency" principle of the signal spectrum has been applied, by recording at a tape speed of 152.4 mm/s and playbacking at a 2.5 times greater speed (381 mm/s).

The graphic representation of the power spectral density diagram has been made on the level recorder type 2 305 Brüel & Kjaer, connected to the heterodyne analyzer 2 010 by a flexible shaft, thus accomplishing the syncronising of the frequency sweep with the winding off of the sizing recording chart paper.

To analyse the entire spectrum of the frequencies existing in the profile of the machined surface without attenuation of the amplitudes of the low frequency components, the unfiltered electrical signal has been taken from the 252-type profilograph-profilometer (that is, without using the high-pass electrical filter sections of the profilometer).

3. Results Obtained at the Frequency Analysis of the Profiles of the Milled Plane Surfaces. OLC 45 samples have been prepared by face milling on a FV32 vertical milling machine with a ROMASCOM shell mill with Ø 120 mm and with 13 cemented carbide tips. The determination of the spectral density has been accomplished for the fisrt experiment series for the profiles of the 12 surfaces milled with cutting feeds of 0.1... ...1.26 mm/rev and a cutting speed of 179 m/min, then for the 2nd series for other 12 surfaces milled with the same feeds but with a cutting speed of 282.7 m/min. From the 24 recorded diagrams of the spectral densities [4], the diagrams in the Figs. 2 and 3 are given as examples. We have to note that when recording the diagrams on the level recorder 2 305, the starting point at 20 Hz from the calibrated paper has been timed with the frequency of 2 Hz from the logarithmic scale of the heterodyne analyzer. Taking into account, as well, the frequency transformation achieved by accelerated playbacking of the signal on the magnetic tape, the actual values of the frequencies on the X-axis are obtained by multiplying by the $1/25=0.04$ ratio.

From the analysis of recorded diagrams it has been found that :

1. The shape of the spectral density curves indicates the presence in the surface profiles of some periodical components which can be seen on the diagrams by clearly-expressed peaks. The periodical components are characterized by the presence of a fundamental frequency and of some higher harmonics.

2. The most important contribution to the formation of the profile total variance is due to the low frequency components, having frequencies between 1.6 and 26 periods on mm (the frequency of the signal in Hz is equivalent to the frequency of the asperities expressed in periods/mm, because the scan speed of the profilometer was $v=1$ mm/s).

3. The low frequency periodical component (with great pitch) has high amplitude and is produced by the axial run-out of the milling cutter teeth and/or that of the holder milling spindle of the milling machine, because the wavelenght ot this component is equal to the used feed per revolution. It is considered that the low frequency periodical component represents the surface waviness.

4. In the high frequency domain of the spectral density curve, the amplitude of the components decreases when the frequency increases. The medium- and high frequency components represent the surface roughness.

5. The surfaces characterized by equal or very close values of the Ra parameter, but milled with different feeds, present spectral density curves with different shape which differ one with the other by the frequencies of the periodical components. This means that by comparing the curves of the power spectral density, the discrimination of the surface profiles with the same value Ra is possible, the surfaces being machined in different cutting conditions.

6. The increase of the cutting speed at milling causes the obvious decrease of the spectral densities values of the medium- and high frequency components which represent the surface roughness; the power spectral density of the low frequency periodical component corresponding to the surface waviness decreases to a smaller extent. Consequently, the increase of the cutting speed does not equally influence the descreasing of all ordinates of the power spectrum.

7. The profile of the surfaces fine milled with shell mills represents a „mixture" of periodical and random asperities. These surfaces belong to the complex-type surfaces from the 4th classification group, according to the typological classification presented in the paper [7].

Received December 20, 1980

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Technology
of Mechanical Constructions

REFERENCES

1. Bohosievici C., *Aplicarea teoriei funcţiilor aleatorii la studiul rugozităţii suprafeţelor prelucrate prin aşchiere.* În „Creaţia tehnică şi fiabilitatea în construcţia de maşini", Iaşi, 1980.

2. Whitehouse D.J., *Modern Trends in the Measurement of Surfaces.* Revue-M, Mécanique, 21, *1* (1975).

3. Whitehouse D.J. et al., *Assessment of Surface Typology Analysis Techniques in Turning.* Annals of the CIRP, 23, 2 (1974).

4. Bohosievici C., *Contribuţii la studiul rugozităţii suprafeţelor frezate cu freze frontale.* Teză de doctorat, Institutul politehnic Iaşi, 1980.

5. Bendat J.S. et al., *Measurement and Analysis of Random Data.* John Wiley & Sons, New York, 1966.

6. Olesen H.P., *Frequency Analysis of Single Pulses.* Technical Review B & K, *3* (1969).

7. Peklenik J., Werkstattstechnik-Z. ind. Fertig., 59, *11* and *12* (1969).

ANALIZA ÎN FRECVENŢĂ A RUGOZITĂŢII SUPRAFEŢEI LA FREZARE

(Rezumat)

Pentru probe din OLC 45 frezate pe maşina de frezat verticală FV 32 cu o freză ROMASCON, s-a determinat densitatea spectrală de putere a microgeometriei suprafeţei, prin trecerea semnalului electric analogic, proporţional cu înălţimile neregularităţilor profilului, prin analizorul heterodină 2 010 şi înregistrarea densităţii spectrale pe înregistratorul de nivel 2 305 Brüel şi Kjaer.

Din analiza diagramelor densităţii spectrale a rezultat prezenţa în profilele suprafeţelor plane frezate a unor componente periodice. Componenta periodică de joasă frecvenţă, cu amplitudine mare, are lungimea de undă egală cu valoarea avansului pe rotaţie la frezare şi reprezintă ondulaţia suprafeţei. Mărirea vitezei de aşchiere la frezare produce micşorarea valorilor densităţilor spectrale ale componentelor de medie şi înaltă frecvenţă şi în mai mică măsură, a componentei periodice de joasă frecvenţă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

D.C.620.178.16

FLANK WEAR OF TOOLS WITH BRAZED TIP AND WITH MECHANICALLY CLAMPED TIP IN CARBON STEEL TURNING

BY

MIRCEA COZMÎNCĂ, STAN PANAIT and CRISTIAN CONSTANTINESCU

1. Introduction. The problem of optimizing the cutting conditions is generally analysed with a view to obtain universal equations with a wide range of applications. Consequently, one must adapt the results obtained by using these formulae in practical cases.

The aim of this report is to analyse the influence of tool technology on the flank wear of tools with brazed tip and with mechanically clamped tip. As practical application, we refer to turning operation on carbon steel. The experimental results demonstrate that the flank wear of tools used to cut carbon steel is very different.

Great productivity can be obtained with the help of tools with brazed cemented carbide tips or mechanically clamped ones.

Tools with brazed cemented-carbide tips have a remarkably long life, guaranteed according to the equation (1) by the number of resharpenings n admitted by the dimensions of the brazed cemented-carbide tips, the wear degree and the resharpening method:

$$T = \sum_{i=1}^{i=n} T_i. \tag{1}$$

The resharpening of such tools requires greater energy consumption, time manual labour and abrazive tools which can be reduced with tools having several cutting teeth when are simultaneously resharpened.

The brazing technology can sometimes bring about the diminution of the tool life T_i between two successive resharpenings. Tools with brazed cemented-carbide tips are widely used on account of their increased rigidity, smaller dimensions, greater heat capacity and also due to their use of more than 70% of the brazed cemented-carbide tips.

It is advisable that small size tools which cannot be fitted with cemented-carbide tips mechanically clamped and tools with several cutting teeth simultaneously resharpened should be manufactured with brazed cemented-carbide tips.

Tools with cemented-carbide tips mechanically clamped are bigger in size and may be obtained in two variants:

i) tools with throw-away inserts (noresharpening) ;

ii) tools with inserts to be resharpened.

These tools require extraexpenses due to their mechanical clamping ; hence, the requirement of mass production.

The limited number of edges ($n=2$; 3 ; 4 ; 6) and the throwing-away of the cemented-carbide tips after the usage of those n cutting edges cause these tools to be uneconomical if the cost of the cemented-carbide tips is high.

The cemented-carbide tips without resharpening highly correspond to the modern tendency of superficial superhardness by means of various heat and chemical treatments and metal precipitates. Tools with cemented-carbide tips mechanically clamped which can be resharpened are efficient on condition that the mechanical clamping be rigid.

Tool life and cost are the criteria of appreciation of the tools. The cost of the tools with brazed cemented-carbide tips is low while their resharpening cost is higher than the respective cost with mechanically clamped tools.

The „Sandvik-Coromant" Corporation from Sweden presents the relation among costs în Fig. 1.

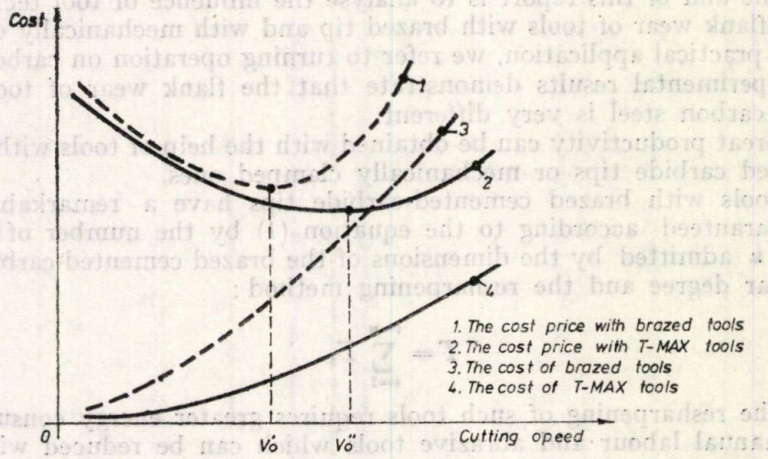


Fig. 1

The conclusions of different specialists on the tool life and the cutting vibrations differ a lot. This may be so due to the impossibility of creating identical experimental conditions. The „Coromant" and „Walter" firms support the idea that tools with cemented-carbide tips mechanically clamped are more advantageous than brazed tools while industry still favours tools with brazed cemented-carbide tips.

The question „tools with cemented carbide tips mechanically clamped or brazed tools" can be answered by experimental research ; the cost price and the tool cost should be taken into account as well.

In the following, we are going to analyse comparatively the flank wear of tools with brazed cemented-carbide tips and those mechanically clamped in carbons steel turning, respectively.

2. **Experimental Results.** The experimental researches have been undertaken on a SNA 500 lathe with four lathe tools (Table 1 and the Figs. 2, 3, 4) having P10 cemented-carbide tips, with the following geometry : $\alpha=8°$, $\gamma=0°$, $K=75°$, $K'=18°$, $\lambda=0°$, $r=1$ mm, $l_0=2$ and $\beta=45°$.

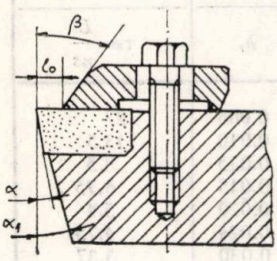


Fig. 2

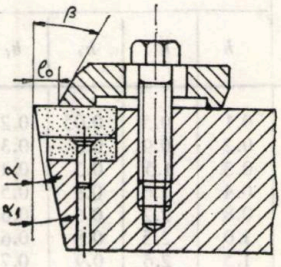


Fig. 3

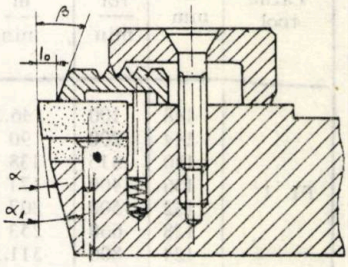


Fig. 4

Table 1

PL 1	Lathe tool with brazed cemented-carbide tips ; heating with oxyacetylene flame (Fig. 2)
PL 2	Lathe tool with brazed cemented-carbide tips ; resistance welding (Fig. 2)
PD 1	Lathe tool with cemented-carbide tips mechanically clamped, (Fig. 3) Polytechnic Institute Jassy
PD 2	Lathe tool with cemented carbide tips mechanically clamped, T-MAX Coromant (Fig. 4)

The lathe tools with brazed cemented-carbide tips have been fitted with a chipbreaker identical to that of the tools with cemented-carbide tips mechanically clamped.

Each experiment has been made on a cutting length $L=540$ mm, with $t\times s=2\times 0{,}2$ and at a variable cutting speed (Table 2). Five experiments have been carried out for each speed and each tool, leading to the wear types in Fig. 5.

The average results of the flank wear height, measured with a Brinell magnifying glass, and of the radial wear, measured with the device shown in Fig. 6 after the cooling of the tool, are presented in Table 2.

The graphic dependence of the flank wear upon the cutting speed for the same cutting length ($L=540$ mm) and different cutting times is shown in Figs. 7...11, based on

$$\tau=\frac{L\pi D}{100\,v\,s}. \tag{2}$$

The flank wear depending upon the cutting speed for the same cutting time ($\tau=10$ minutes) is shown in Fig. 12, while Table 3 offers the values

of the constant K in relation (3), where h represents the wear measured in mm (Fig. 5) and T is the cutting time measured in minutes:

$$h = KT. \tag{3}$$

Table 2

Lathe tool	D mm	n rot/min	v m/min	Flank wear, mm					Cutting time, min
				h	h'	h_s	h_t	h_r	$\tau = \frac{L}{ns}$
PL 1	148	100	46.5	0.1	0.5	0.05	0.2	0.006	27
	144	200	90	0.2	0.9	0.3	0.3	0.010	13.5
	140	315	138	0.3	1.5	0.3	0.4	0.015	8.5
	136	400	171	0.4	1.6	0.4	0.5	0.018	6.75
	132	500	207	0.8	2.2	0.6	0.6	0.020	5.4
	128	630	253	1.0	2.5	0.8	0.6	0.024	4.75
	124	800	311.5	1.5	2.6	0.9	0.7	0.030	3.37
PL 2	148	100	46.5	0.05	0.3	0.02	0.2	0.004	27
	144	200	90	0.1	0.6	0.05	0.3	0.006	13.5
	140	315	138	0.2	1.0	0.1	0.35	0.009	8.5
	136	400	171	0.3	1.3	0.2	0.4	0.013	6.75
	132	500	207	0.5	1.6	0.3	0.45	0.018	5.4
	128	630	253	0.8	1.9	0.5	0.5	0.020	4.75
	124	800	311.5	1.2	2.2	0.8	0.6	0.025	3.37
PD 1	148	100	46.5	0.2	0.3	0.2	0.4	0.010	27
	144	200	90	0.3	0.6	0.25	0.5	0.012	13.5
	140	315	138	0.6	1.2	0.3	0.5	0.018	8.5
	136	400	171	1.2	1.2	0.4	0.6	0.020	6.75
	132	500	207	1.4	1.4	0.5	0.7	0.024	5.4
	128	630	253	1.6	1.6	0.8	0.75	0.028	4.75
	124	800	311.5	1.8	1.8	0.9	0.8	0.032	3.37
PD 2	148	100	46.5	0.05	0.2	0.05	0.2	0.003	27
	144	200	90	0.1	0.4	0.1	0.3	0.005	13.5
	140	315	138	0.15	0.7	0.15	0.35	0.008	8.5
	136	400	171	0.2	1.0	0.2	0.35	0.010	6.75
	132	500	207	0.4	1.2	0.3	0.4	0.015	5.4
	128	630	253	0.6	1.4	0.4	0.4	0.018	4.75
	124	800	311.5	0.9	1.6	0.6	0.4	0.020	3.37

Table 3

Cutting speed \ Lathe tool	PL1	PL2	PD1	PD2
46.5	0.004	0.002	0.007	0.002
90	0.015	0.008	0.022	0.00
138	0.035	0.023	0.070	0.017
171	0.060	0.044	0.180	0.030
207	0.150	0.090	0.260	0.074
253	0.210	0.170	0.320	0.120
311.5	0.450	0.350	0.530	0.270

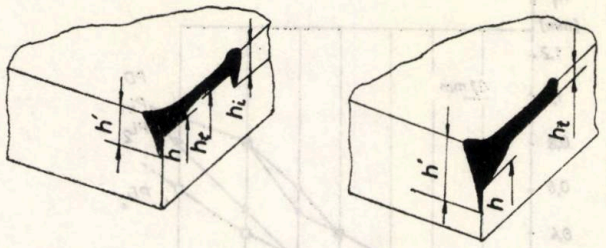


Fig. 5

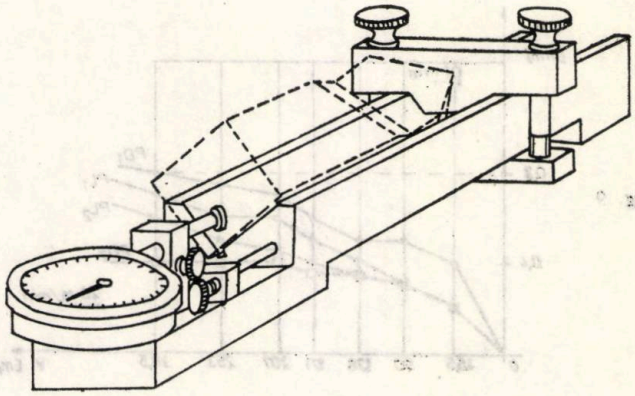


Fig. 6

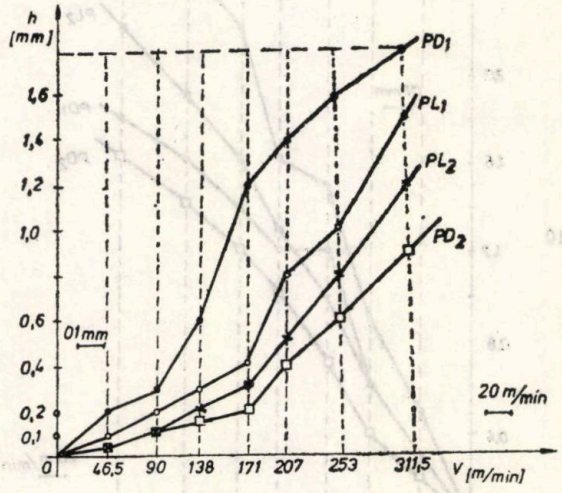


Fig. 7

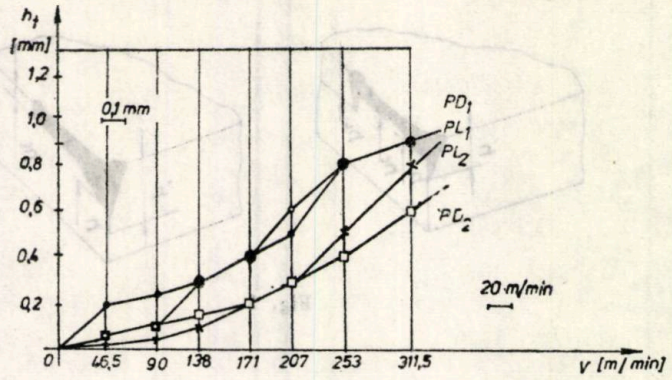


Fig. 8

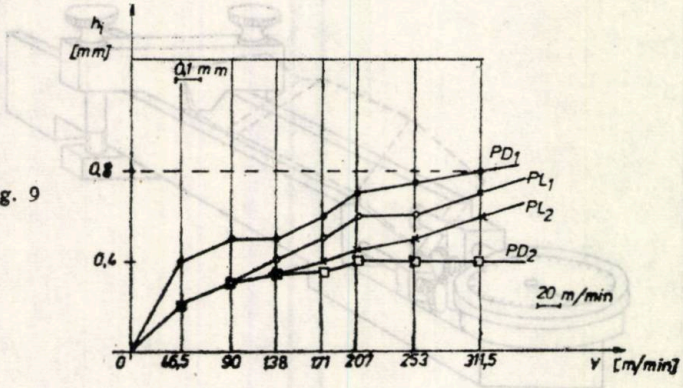


Fig. 9

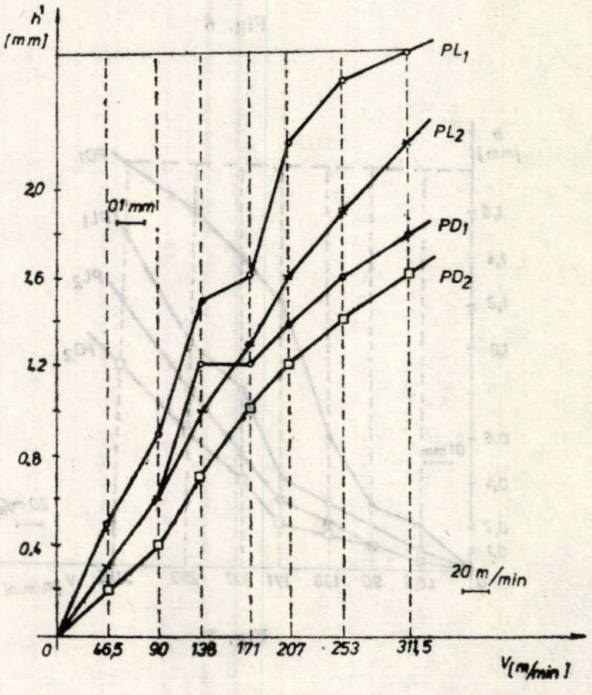


Fig. 10

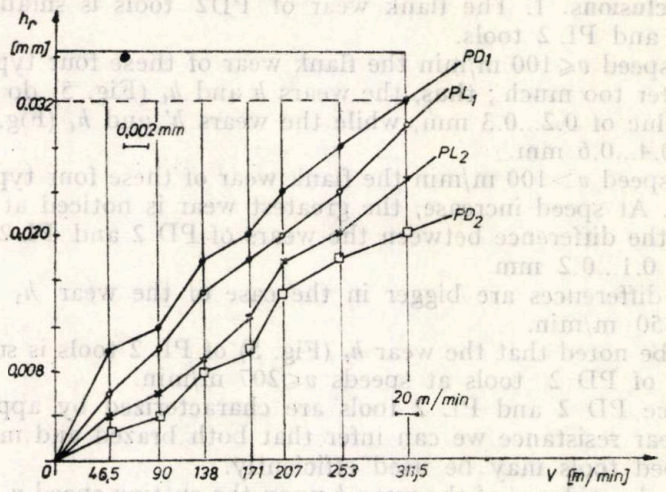

h_r
[mm]
0,032
0,020
0,008
0,002 mm
PD1
PL1
PL2
PD2
20 m/min
0
46,5
90
138
171
207
253
311,5
V [m/min]

Fig. 11

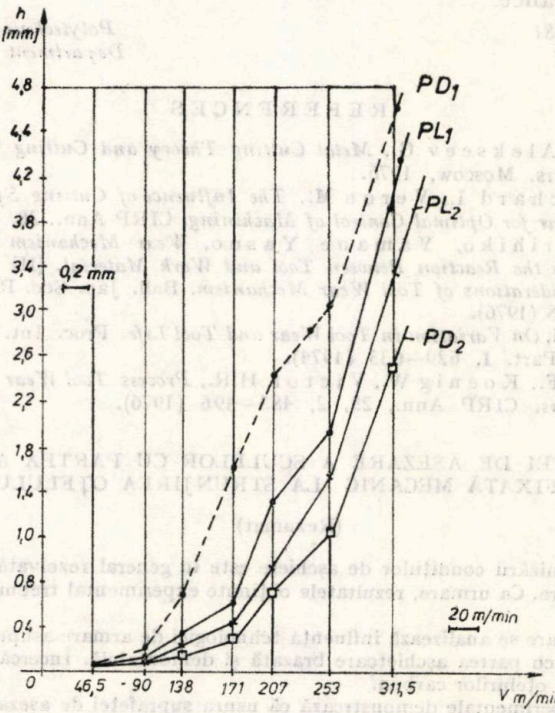

h
[mm]
4,8
4,4
4,2
3,8
3,4
3,0
2,6
2,2
1,8
1,4
1,0
0,8
0,4
0,2 mm
PD1
PL1
PL2
PD2
20 m/min
0
46,5
90
138
171
207
253
311,5
V m/min

Fig. 12

3. Conclusions. 1. The flank wear of PD2 tools is smaller than of PD 1, PL 1 and PL 2 tools.

2. At speed $v \leqslant 100$ m/min the flank wear of these four types of tools does not differ too much ; thus, the wears h and h_t (Fig. 5) do not go beyond the value of 0.2...0.3 mm, while the wears h' and h_t (Fig. 5) do not go beyond 0.4...0.6 mm.

3. At speed $v > 100$ m/min the flank wear of these four types of tools is different. At speed increase, the greatest wear is noticed at PD 1 and PL 1 while the difference between the wears of PD 2 and PL 2 tools does not surpass 0.1...0.2 mm.

These differences are bigger in the case of the wear h_1 (fig. 5) at speeds $v > 250$ m/min.

4. To be noted that the wear h_t (Fig. 5) of PL 2 tools is smaller than the wear h_t of PD 2 tools at speeds $v \leqslant 207$ m/min.

5. Since PD 2 and PL 2 tools are characterized by approximately the same wear resistance we can infer that both brazed and mechanically clamped tiped tools may be used efficiently.

6. The dependence of the wear h upon the cutting speed v, time being constant ($\tau = \text{const.}$), stresses the fact that the differences between the wears of PL 2 and PD 2 tools does not surpass 0.2 mm at cutting speeds $v \leqslant 250$ m/min (Fig. 12).

7. The abowe considerations converge towards the general conclusion that a well-performed brazing or mechanical clamping ensure a great wear resistance.

Received June 23, 1981

Polytechnic Institute, Jassy
Department of Machine-Tools

REFERENCES

1. Arshinov V., Alekseev G., *Metal Cutting Theory and Cutting Tool Design.* MIR Publishers, Moscow, 1976.
2. Martin P., Richard I., Veron M., *The Influence of Cutting Speed Variations on Tool Wear for Optimal Control of Machining.* CIRP Ann., 28, 1, 7–11 (1979).
3. Narutaki Norihiko, Yamane Yasuo, *Wear Mechanism of Carbide Tool Based on the Reaction Between Tool and Work Material.* (II) *Cutting Test and the Considerations of Tool Wear Mechanism.* Bull. Jap. Soc. Precis. Eng., 10, 4, 133–138 (1976).
4. Murata Ryeji, *On Variation in Tool Wear and Tool Life.* Proc. Int. Conf. Prod. Eng., Tokyo, Part. I, 629–633 (1974).
5. Micheletti G.F., Koenig W., Victor H.R., *Process Tool Wear Sensor for Cutting Operations.* CIRP Ann., 25, 2, 483–496 (1976).

UZURA SUPRAFEŢEI DE AŞEZARE A SCULELOR CU PARTEA AŞCHIETOARE BRAZATĂ ŞI FIXATĂ MECANIC LA STRUNJIREA OŢELULUI CARBON

(Rezumat)

Problema optimizării condiţiilor de aşchiere este în general rezolvată cu ajutorul unor relaţii de largă utilizare. Ca urmare, rezultatele obţinute experimental trebuie adaptate acestor relaţii.

În această lucrare se analizează influenţa tehnologiei de armare asupra uzurii suprafeţei de aşezare a sculelor cu partea aşchietoare brazată şi demontabilă. Încercările experimentale se referă la strunjirea oţelurilor carbon.

Rezultatele experimentale demonstrează că uzura suprafeţei de aşezare a sculelor utilizate la aşchierea oţelului carbon este foarte diferită.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.Z.621.9.09

CONCEPŢIA ŞI PROIECTAREA SISTEMULUI DE ACŢIONARE AL UNEI MAŞINI DE ASCUŢIT FREZE ROMASCON DE DIMENSIUNI MARI

DE

D. ZETU, C. CHIRIŢĂ, M. MIHAILIDE şi D. VEISA

1. Introducere. În lucrarea [1] a fost prezentată o maşină de ascuţit freze Romascon de dimensiuni cuprinse între 400 şi 1 250 mm, proiectată pentru a fi realizată la Combinatul de utilaj greu Iaşi. În lucrarea de faţă autorii prezintă concepţia sistemului de acţionare şi comandă al acestei maşini.

O parte din mişcările pe care trebuie să le realizeze această maşină sînt acţionate cu motoare hidraulice rotative sau cu piston, comandate de sertăraşe electromagnetice, iar restul de mişcări sînt acţionate prin motor electric. La proiectarea panoului hidraulic şi electric al maşinii, s-a avut în vedere tendinţa din ce în ce mai accentuată de a se utiliza cît mai multe elemente tipizate, a căror verificare practică a fost dovedită şi care se pot adapta rapid în producţia unicat şi de serie mică.

2. Elaborarea schemei hidraulice de acţionare a maşinii. În cazul maşinii pentru ascuţit freze Romascon, sînt acţionate hidraulic mişcările: de rotaţie a frezei Romascon, de egalizare a uzurii discului abraziv, de poziţionarea a capului de ascuţit şi de compensare a jocului în mecanismul şurub-piuliţă pentru avansul de pătrundere a discului abraziv.

Mişcarea de avans circular al frezei foloseşte hidromotorul rotativ MH_3 (fig. 1), de tip 716 Ex, de la care se transmite mişcarea de rotaţie la axul port-freză prin intermediul unui reductor melcat. Folosirea hidromotorului rotativ a fost impusă de necesitatea de a obţine la axul port-freză turaţii foarte mici şi variabile în funcţie de diametrul frezei. Reglarea turaţiei acestui hidromotor rotativ se realizează prin regulatorul de debit RD_3 montat pe retur, iar sensul de rotaţie a frezei este stabilit de către distribuitorul de comandă electrică D_3, comandat de solenoizii $2S$ şi $3S$. În poziţia medie a plunjerului distribuitorului, căile de acces al fluidului în hidromotor sînt blocate, ceea ce face ca freza să nu se poată roti.

Pentru a putea realiza diferite unghiuri de ascuțire a frezei, sînt necesare mișcări de poziționare a capului de rectificare, ceea ce se obține prin hidromotorul rotativ MH_4, tot de tip 716 Ex, și printr-un angrenaj melc-roată melcată, roata melcată fiind solidară cu platoul mașinii. Comanda acestui hidromotor se realizează ca și la hidromotorul MH_3. În ambele circuite se introduce și o supapă antișoc pentru amortizarea oscilațiilor.

Mișcarea de egalizare a uzurii discului abraziv (rectilinie alternativă) se realizează cu ajutorul hidromotorului rectiliniu MH_1 cu tijă bilaterală, cu dublu efect. Frecvența mare a inversărilor, avînd în vedere cursa minimă a saniei acționate, este asigurată de distribuitorul rotativ D_7 cu acționare mecanică de către opritorii montați pe sanie. Distribuitorul rotativ D_7 comandă, la rîndul său, distribuitorul D_1 cu comandă hidraulică. În acest circuit, reglarea vitezei se face cu regulatorul de debit RD_1, care controlează circuitul de retur. Alimentarea acestui circuit se face de la pompa cu roți dințate P_1, de 6,5 l/min, iar controlul presiunii de lucru este asigurat de o supapă de deversare pilotată.

Compensarea jocului dintre șurub și piuliță la mecanismul de avans de pătrundere se realizează cu un cilindru MH_2 cu tijă unilaterală, alimentat de la pompa P_2 cu debit de 17 l/min. În circuit s-a introdus și distribuitorul D_2, cu trei căi și două poziții, care conectează camera fără tijă a cilindrului la conducta sub presiune.

Toate elementele de comandă și de siguranță ale circuitelor prezentate sînt montate pe blocuri hidraulice tipizate, ceea ce asigură un număr redus de conducte de legătură, iar pierderile de presiune sînt minime. Aceste blocuri de comandă, împreună cu rezervorul și electropompa, formează panoul hidraulic al mașinii de ascuțit freze Romascon. Panoul hidraulic este așezat lîngă mașină și de la el pleacă conductele pentru alimentarea tuturor motoarelor hidraulice.

3. Elaborarea schemei electrice de acționare și comandă. Se realizează prin acționare electrică mișcarea principală de rotație a discului abraziv, mișcarea de poziționare longitudinală a mesei ce poartă axul port-freză și mișcările rapide ale suportului discului abraziv; al patrulea motor electric din schema din fig. 2 este utilizat pentru acționarea celor două pompe hidraulice. Motoarele M_2 și M_3 sînt motoare reversibile, ele trebuind să fie alimentate prin cîte două contactoare. Protecția motoarelor electrice se obține prin folosirea întrerupătoarelor automate tripolare $a_1, \ldots, a_4$. Tot pentru protecție, întreaga instalație se leagă la centura de racordare la pămînt și, în mod suplimentar, la nulul de protecție al rețelei de alimentare.

Circuitele *05*, *06*, și *07* din schema electrică conțin trei transformatoare utilizate pentru alimentarea contactoarelor și releelor, pentru alimentarea

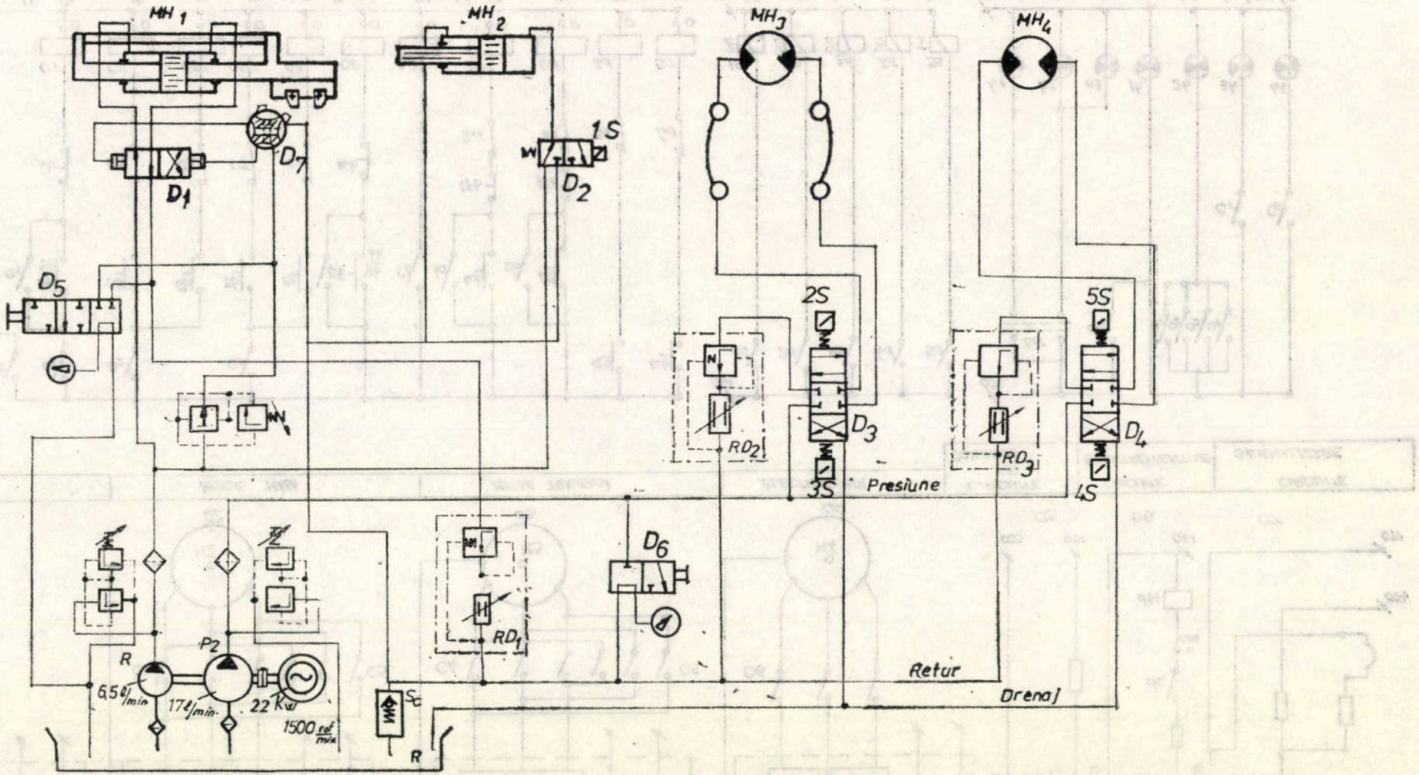
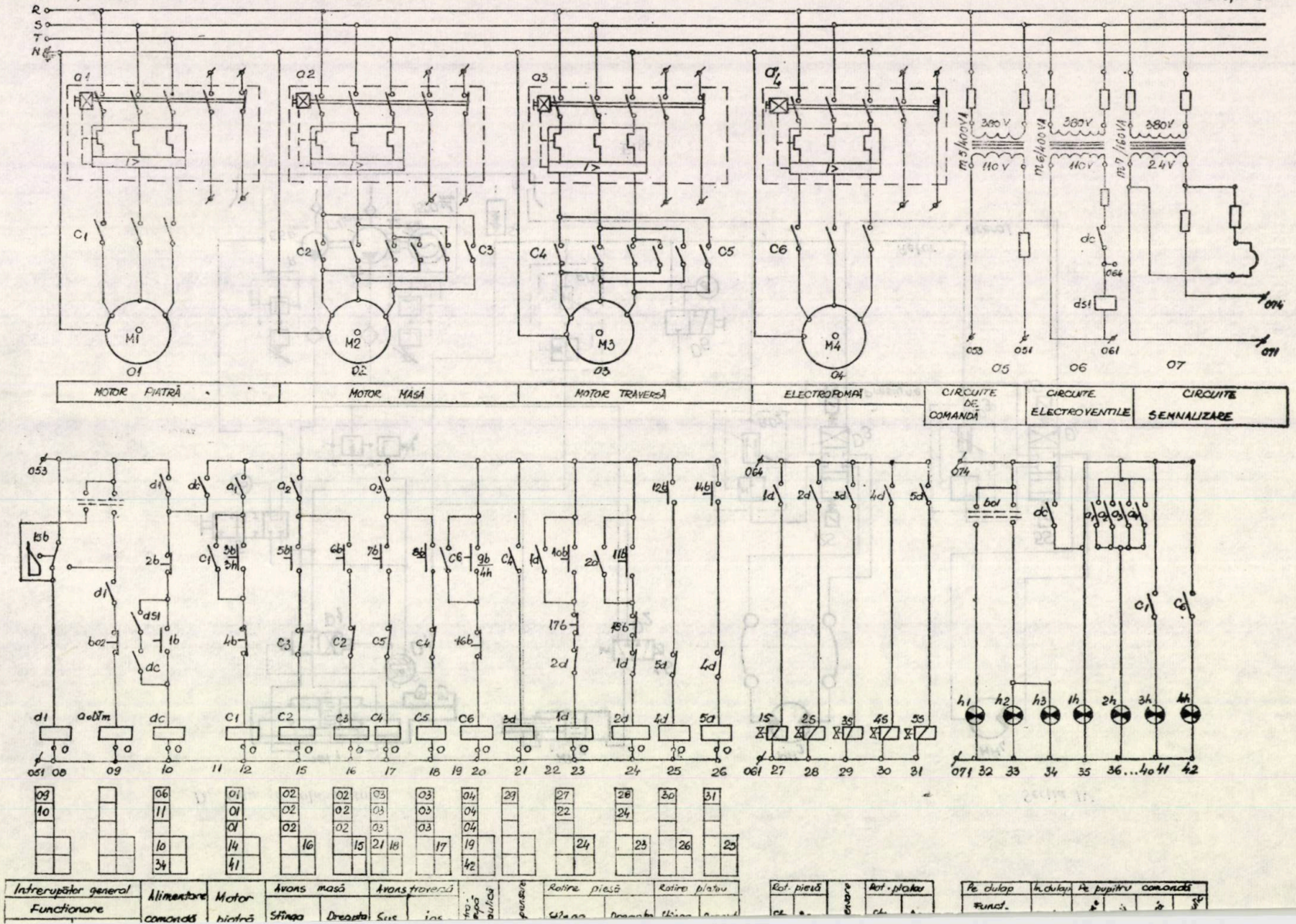

MH 1
MH 2
MH 3
MH 4
D1
D2
D3
D4
D5
D6
D7
1S
2S
3S
4S
5S
RD1
RD2
RD3
Presiune
Retur
Drenaj
P2
R
6,5 l/min
17 l/min
22 kW
1500 rot/min

Fig. 1


R
S
T
N
Q1
Q2
Q3
Q4
C1
C2
C3
C4
C5
C6
M1
M2
M3
M4
O1
O2
O3
O4
O5
O6
O7
380 V
110 V
2,4 V
m5/400VA
m6/400VA
m7/160VA
dc
ds1
053
051
061
074
071
MOTOR PIATRĂ
MOTOR MASĂ
MOTOR TRAVERSĂ
ELECTROPOMPĂ
CIRCUITE DE COMANDĂ
CIRCUITE ELECTROVENTILE
CIRCUITE SEMNALIZARE
Intrerupător general
Functionare
Alimentare comandă
Motor piatră
Avans masă
Stînga
Dreapta
Avans traversă
Sus
Jos
Rotire piesă
Rotire platou
Rot. piesă
Rot. platou
Pe dulap
Funct.
In dulap
Pe pupitru comandă

solenoizilor $1S$, $2S$, ..., $5S$ de pe panoul hidraulic, respectiv pentru alimentarea circuitelor lămpilor de semnalizare h_1, h_2, h_3, $1h$, ..., $4h$. Lămpile sînt amplasate pe pupitrul de comandă al mașinii și pe dulapul cu aparatura electrică, ele semnalizînd: prezența tensiunii de comandă, avarii electromotoare, pornirea electromotorului pompelor hidraulice, pornirea motorului pietrei abrazive, funcționarea normală a instalației și probe efectuate pe ușa dulapului sau pe placa cu aparate.

Circuitele *11*, ..., *20*, prin butoane de pornire și oprire, comandă conectarea contactoarelor C_1 ... C_6 pentru alimentarea celor patru motoare electrice. Pentru conectarea solenoizilor $1S$, ..., $5S$ se comandă conectarea releelor $1d$, ..., $5d$, folosind, de asemenea, butoane de pornire și oprire.

Echipamentul electric este amplasat astfel:

a) în dulapul cu aparate electrice, conținînd contactori, relee, siguranțe, transformatoare, întrerupătorul automat tripolar (neprezentat pe schema electrică din fig. 2), de tip USOL 100;

b) pe pupitrul de comandă, conținînd butoanele de comandă și lămpi de semnalizare;

c) pe panoul hidraulic, care conține electromotorul pentru acționarea pompelor P_1 și P_2 (fig. 1) și solenoizii $1S$,...,$5S$ pentru acționarea electrodistribuitoarelor;

d) pe mașina de ascuțit (electromotoarele de acționare a discului abraziv, de deplasare a mesei portfreză pe direcție longitudinală și de deplasare rapidă a suportului pietrei abrazive).

Prin schema de comandă prezentată se realizează și o serie de interblocaje electrice:

a) tensiunea de comandă este decuplată la o eventuală avarie într-un circuit de comandă al mașinii;

b) solenoidul $1S$ (fig. 1), care comandă distribuitorul cilindrului de compensare a jocului, se conectează numai cînd motorul M_3 de acționare a traversei este conectat pentru retragere;

c) interblocarea mișcărilor aceluiași element care se poate deplasa sau roti în ambele sensuri (rotirea frezei, rotirea platoului, poziționarea mesei portfreză și deplasarea rapidă a traversei).

Primită la 3 iulie 1981

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte

BIBLIOGRAFIE

1. Zetu D., Chiriță C., Mihailide M., Veisa D., *Concepția și proiectarea unei mașini de ascuțit freze Romascon de dimensiuni mari.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXVI (XXX)**, *3—4*, s IV (1980).
2. Zetu D., *Mașini-unelte automate.* Ed. did. și ped., Buc., 1976.
3. Oprean A., *Hidraulica mașinilor-unelte.* Ed. did. și ped., Buc., 1968.

КОНЦЕПЦИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИСТЕМА ПРИВОД ДЛЯ НОВОГО СТАНКА ДЛЯ ЗАТОЧКИ ФРЕЗ РОМАСКОН ДЛЯ БОЛШИХ РАЗМЕР

(Резюме)

В работе показывается схемы гидравлического и электрического станка дья заточки фрез РОМАСКОН для больших размер.

Гидравлическии привод осуществляеться с помощи поршнего - аксиального гидромотор 716 Ex и силовый цилиндры.

Упривление всем электродвигатели осуществляеться с помощи электрические приборы питающий в 110 V. В эта у напряжение были питающий и соленоиды гидравлические распределителей.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secția IV
MECANICĂ APLICATĂ

C.Z.621.9

CONSIDERAȚIUNI ȘI PROBLEME METODICE PRIVIND CONCEPȚIA ȘI PROIECTAREA DISPOZITIVELOR SPECIALE DE PRINDERE ÎN CONSTRUCȚIA DE MAȘINI

III. PROBLEME GENERALE DE PROIECTARE. EFICIENȚA ECONOMICĂ

DE

N. GOJINEȚCHI

1. Introducere. În ultima parte a acestui studiu se desprind concluziile generale privind proiectarea mecanismelor de strîngere și acționare.

2. Proiectarea mecanismelor de strîngere și acționare. Ținînd cont de tipul acționării — fixat prin temă sau în cadrul soluției de ansamblu — de tipul mecanismului de strîngere, de mărimea forțelor de strîngere, se poate trece la elaborarea unei scheme constructiv-cinematice, simplă, eventual desfășurată, folosind simbolurile din STAS 1543-75 și cele recomandate pentru elementele de orientare și strîngere [2], [3], [5], în care se adoptă sau se determină parametrii constructiv-funcționali principali, necesari calculării (eventual verificării) forțelor de acționare sau de strîngere.

Relațiile de calcul ale forțelor de acționare vor fi elaborate de la caz la caz prin folosirea directă a relațiilor de calcul date de literatura de specialitate [2], [3], [4], [6], prin adaptarea sau combinarea acestora și, în ultimă instanță, prin elaborarea unor relații speciale de calcul.

Pe baza forțelor de acționare se stabilesc dimensiunile principale și apoi se adoptă mecanismul tipizat. În unele norme de tipizare, motorul de acționare poate fi adoptat direct în funcție de forța de strîngere sau acționare. (Prin forțe de strîngere S se înțeleg forțele care se aplică nemijlocit piesei, iar prin forță de acționare Q se înțelege forța care intră în mecanismul de strîngere ; mecanismul de acționare furnizează forța Q, în timp ce mecanismul de strîngere transformă forța Q în forță S.)

La adoptarea mecanismelor de acționare trebuie să se țină seama de următoarele considerațiuni de ordin tehnic :

a) acționarea pneumatică și hidropneumatică sînt de preferat datorită comodității în exploatare și a randamentului mai bun ;

b) la curse mici, sub 25 mm, sînt recomandate camerele pneumatice în locul cilindrilor pneumatici, mai costisitori ;

c) motoarele rotative se vor utiliza pînă la 1 000 rot/min; în caz contrar se produce o uzură intensă a elementelor de etanșare ;

d) pentru piese subțiri se recomandă acționarea cu vacuum ;

e) pentru piese din materiale feromagnetice, cu suprafețe prelucrate și forțe mici de strîngere, se pot lua în considerare acționările magnetice și electromagnetice.

În unele situații, pentru alegerea mecanismului de acționare, este necesar să se determine și cursele pe care acestea trebuie să le realizeze. Pentru aceasta se pleacă de la cursele elementelor de strîngere, iar acestea, la rîndul lor, se determină sau se adoptă în funcție de configurația piesei, de construcția mecanismului de strîngere, de sensul de extracție, de precizia suprafețelor de prindere, de arhitectura prezumtivă a dispozitivului, de mașina-unealtă și de condițiile tehnice și organizatorice de deservire (manuală, automatizată, folosirea roboților industriali etc).

Cursele de acționare se determină analitic, grafic sau grafo-analitic, prin reprezentarea pozițiilor limită ale elementelor de strîngere și acționare, cînd acestea realizează strîngerea și desfacerea piesei, ținînd cont și de cinematica mecanismelor de acționare și strîngere.

3. Stabilirea soluțiilor constructive pentru celelalte elemente ale dispozitivelor. Anterior sau simultan cu elaborarea desenului de ansamblu, în funcție de schema de prelucrare, de soluția de ansamblu și de arhitectura dispozitivului se vor fixa tipurile celorlalte elemente și mecanisme structurale : pentru ghidarea, reglarea și controlul poziției sculelor auxiliare (divizare, blocare, extractoare, echilibrare, antrenare, protecția muncii), corpul dispozitivului, elementele pentru orientarea și fixarea dispozitivului în sistemul tehnologic, elementele de manipulare și transport, automatizare și diverse. Se vor alege cu prioritate elemente, mecanisme și chiar ansambluri tipizate (mese divizoare, dispozitive tipizate de găurit etc.). În cazul în care elementele tipizate nu realizează în mod satisfăcător funcțiunile dorite se pot imagina alte soluții constructive, speciale.

4. Elaborarea desenului de ansamblu. Cu datele obținute din parcurgerea etapelor menționate se poate trece la elaborarea desenelor de ansamblu ale dispozitivelor speciale. Se recomandă parcurgerea următoarelor faze :

1. Se desenează piesa de prelucrat în mărime naturală sau la scară, în mod simplificat (eventual numai conturul), într-un număr de vederi — stabilit astfel încît să rezulte forma și mărimea tuturor bazelor de orientare — plasate la distanțe mai mari, apreciate astfel încît în spațiul dintre ele să se poată încadra vederile corespunzătoare ale dispozitivului. Conturul piesei se trasează cu linii punctate, îngroșate sau de altă culoare.
2. În toate vederile stabilite se desenează elementele de orientare în contact cu bazele de orientare alese.
3. Se amplasează mecanismele de strîngere și acționare.
4. Se desenează corpul dispozitivului cu elementele de orientare și fixare în sistemul tehnologic.
5. Se amplasează elementele auxiliare și cele de automatizare.
6. Se amplasează celelalte elemente ale dispozitivului.

În desenul de ansamblu piesa se consideră transparentă, astfel încît elementele dispozitivului să poată fi scoase în evidență în mod complet.

În această etapă se vor rezolva în mod unitar o serie de probleme specifice, cum ar fi : fixarea ajustajelor, a soluțiilor de asamblare, de reglare, evacuarea așchiilor, răcirea și ungerea sculelor, extracția pieselor prelucrate,

transportul, montarea dispozitivului în sistemul tehnologic, modul de exploatare, probleme ergonomice, de reparații etc., rezultatele fiind concretizate direct prin desen sau sub formă de notițe tehnice.

5. Efectuarea calculelor justificative. Din desenul de ansamblu rezultă construcția și dimensiunile elementelor care asigură funcționalitatea concretă a dispozitivului (orientarea, forțele de strîngere, cursele etc.). Piesele puternic solicitate pot fi supuse unui calcul de verificare la rezistență și (sau) la deformație, ținînd cont de solicitările din timpul procesului de prelucrare și de caracterul dinamic al acestora. Volumul calculelor va fi redus la strictul necesar.

În general dispozitivul trebuie să rezulte ca o construcție tehnică armonioasă, din care disproporțiile vor fi corectate direct sau după efectuarea calculelor. Un bun proiectant trebuie să posede acel „bun simț tehnic" care se obține prin pregătire teoretică și experiență și care nu-l lasă, de exemplu, să asambleze piese de două tone cu șuruburi de M3, care nu-l lasă să exagereze formele pieselor, în sensul măririi sau diminuării lor, care „simte", intuiește sau prevede modul în care dispozitivul se va comporta la solicitările din timpul exploatării și îl ajută la stabilirea formelor, dimensiunilor, a proporțiilor dintre piese, a îmbinărilor dintre ele etc. și care fac inutile efectuarea unor calcule laborioase, care, oricum, mai ales în cazul dispozitivelor, au la bază modele imperfecte. Se ajunge la așa numita „proiectare constructivă" direct la planșetă, iar cele arătate mai înainte explică și justifică modul concret în care se abordează această etapă în activitatea concretă de proiectare a dispozitivelor.

6. Elaborarea desenelor elementelor componente. După elaborarea desenului de ansamblu se poate trece la executarea desenelor de elemente speciale, netipizate, care trebuie să cuprindă toate elementele prevăzute de actele normative legale: cote, toleranțe, rugozități, materiale, tratamente termice, indicații și prescripții tehnice etc. Pentru îmbinările funcționale obișnuite se vor prevedea ajustaje și toleranțe în clasa 7 de precizie ISO. Pentru cotele elementelor care determină precizia orientării, toleranțele se stabilesc în clasa 5 de precizie ISO sau, în cazuri deosebite, în alte clase de precizie, superioare. Desenele elementelor componente pot fi executate grupat pe una sau mai multe planșe sau pe aceeași planșă cu desenul de ansamblu, folosindu-se indicatorul redus.

7. Elaborarea instrucțiunilor de exploatare. La dispozitivele de complexitate redusă, instrucțiunile speciale de exploatare vor fi date direct pe desenul de ansamblu, sub formă de notițe tehnice.

În cazul dispozitivelor de complexitate ridicată, care se livrează unor beneficiari externi, se pot elabora instrucțiuni de exploatare, folosind ca document explicativ desenul de ansamblu sau un desen simplificat, întocmit astfel încît să fie redate elementele care au importanță pentru înțelegerea funcționării și a modului de exploatare.

În general aceste instrucțiuni vor cuprinde:

a) denumirea, destinația și datele tehnice generale: dimensiuni, greutate, precizia de orientare, parametrii instalațiilor energetice la care dispozitivul se va racorda (tensiune, intensitate, presiune, debit etc.);

b) descrierea construcției și a modului de funcționare, modul de verificare, punerea în funcțiune, modul de manipulare, reglarea, măsuri de protecție a muncii etc. ;

c) modul de transport, depozitare, reparare ;

d) alte indicații impuse de specificul dispozitivului.

Instrucțiunile de exploatare vor fi redactate concis și complet.

8. Analiza economică. Este necesară la dispozitive de complexitate ridicată, cînd există mai multe soluții conturate la nivel de desen de ansamblu și cost estimativ, sau cînd un dispozitiv în lucru, universal sau special, trebuie înlocuit cu altul, cînd cheltuielile de înlocuire sînt mari iar efectul economic nu este evident.

Analiza economică reprezintă o activitate specifică ingineriei valorii [1], adaptată în mod corespunzător pentru determinarea eficacității economice a dispozitivelor în general. Ea poate fi făcută în două moduri și anume prin :

1°. verificarea condiției de rentabilitate și calculul economiilor anuale rezultate din introducerea dispozitivelor [8] ;

2° determinarea lotului optim de piese pentru mai multe variante de dispozitive care pot realiza aceeași operație de prelucrare [3].

În mod practic primul mod de analiză este mai frecvent utilizat și de aceea el va fi expus în continuare.

Condiția de rentabilitate a introducerii unui dispozitiv poate fi pusă sub forma

$$EN_a > Q_D, \tag{1}$$

iar economiile anuale se pot calcula cu relația

$$E_a = EN - Q_D, \tag{2}$$

în care : E — eficacitatea economică (economia în lei/buc.) ; N_a — programul anual de fabricație (buc./an) ; Q_D — cheltuielile anuale (lei/an) ocazionate de introducerea și exploatarea dispozitivelor considerate.

Programul anual de fabricație N_a reprezintă una din datele inițiale din tema de proiectare, iar eficiența economică E se poate calcula cu o relație de forma

$$E = (1+0{,}01K_r)\left[N_{T1}\left(R_1 + \frac{C_1}{D_1} + E_1\right) - N_{T2}\left(R_2 + \frac{C_2}{D_2} + E_2\right)\right], \tag{3}$$

în care : K_r — coeficientul cheltuielilor de regie ale secției de fabricație în care se introduc dispozitivele analizate ($K_r = 250$ pentru secțiile de prelucrări prin așchiere) ; N_{T1}, N_{T2} — normele de timp pe operație înainte și după introducerea dispozitivelor analizate ; R_1, R_2 — retribuțiile tarifare orare ale muncitorilor înainte și după introducerea dispozitivelor analizate ; C_1, C_2 — costurile mașinilor-unelte utilizate înainte și după echiparea cu dispozitivele analizate (din cataloage sau inventare) ; D_1, D_2 — duratele normate în ore ale mașinilor-unelte, echipate cu dispozitivele analizate, pînă la uzura lor fizică sau morală (se iau din normative) ; E_1, E_2 — costurile energiei consumate înainte și după introducerea dispozitivelor analizate (se calculează după puterile instalate).

La calculul normelor de timp N_{T1}, N_{T2} trebuie să se ia în considerare nu numai reducerea timpilor de bază ca urmare a intensificării regimurilor de așchiere, a prelucrării simultane a mai multor piese sau a prelucrării unor piese simultan cu mai multe scule, ci și reducerea timpilor ajutători pentru prinderea și desprinderea pieselor, pentru comenzile manuale, pentru măsurări și reglări la dimensiune, curățirea de așchii, control, aceștia fiind afectați substanțial de dispozitivul de prindere [9]. De asemenea, trebuie să se țină cont că retribuțiile tarifare orare R_1, R_2 se diferențiază și anume, cu cît dispozitivul este mai bun, cu atît R_2 scade în raport cu R_1, întrucît el realizează automat fazele și mînuirile care reclamă muncă calificată (după normativele de încadrare a lucrărilor).

Cheltuielile Q_D ocazionate de introducerea și exploatarea dispozitivelor constau din cheltuielile de proiectare, amortizare și din cheltuielile de întreținere și exploatare. Ele pot fi estimate cu ajutorul relației

$$Q_D=(P+A+E)C_D, \tag{4}$$

în care: P — coeficientul cheltuielilor de proiectare, exprimat ca raport între cheltuielile pentru proiectare și costul dispozitivelor ($P=0,1, \ldots 0,5$; valorile mai mari corespund dispozitivelor speciale nedemontabile, cu o pondere mare de elemente netipizate); A — coeficientul de amortizare

$$A=\frac{1}{D_{ex}}, \tag{5}$$

D_{ex} — durata estimată de exploatare a dispozitivului în ani ($D_{ex}=1$ an pentru dispozitive simple, $D_{ex}=2$ ani pentru dispozitive de complexitate medie, $D_{ex}=5$ ani pentru dispozitive de complexitate ridicată); E — coeficientul de exploatare exprimat ca raport între cheltuielile de exploatare și costurile dispozitivelor; pentru calcule curente $E=0,3$; C_D — costul dispozitivului.

El poate fi determinat pe bază de deviz antecalculat, postcalculat, asimilări de prețuri de la dispozitive asemănătoare, a prețurilor de catalog sau aproximativ cu relația

$$C_D=n_r C_r, \tag{6}$$

în care: n_r — numărul total de piese din care este constituit un dispozitiv (din tabelul de componență al desenului de ansamblu); C_r — costul mediu al unei piese componente (C_r poate fi determinat statistic — pe baza costurilor postcalculate ale unor dispozitive asemănătoare — sau prin adoptarea următoarelor valori: $C_r=60$ lei/reper pentru dispozitive simple, 80 lei/reper pentru dispozitive de complexitate medie și 120 lei/reper pentru dispozitive de complexitate ridicată).

Analiza economică prezentată are avantajul că eficacitatea economică rezultă direct în lei/an, după ce obligă la un studiu valoric al tuturor elementelor de ordin tehnic, organizatoric și economic ale dispozitivelor la care se referă.

9. Concluzii. Din cele arătate în prezenta lucrare trebuie desprinsă ideea că activitatea de concepție și proiectare a dispozitivelor, dată fiind marea lor diversitate, poate și trebuie făcută într-o anumită ordine și cu o

anume metodă unitară şi elastică. Concepţia (sinteza) dispozitivelor speciale din echipamentul tehnologic trebuie dirijată spre stilul combinativ, cu folosirea de cît mai multe elemente şi subansambluri tipizate sau din soluţiile cunoscute ca avînd construcţie şi funcţionalitate verificată. Cu cît ele vor fi mai bine cunoscute şi sistematizate, cu atît efortul creativ al proiectanţilor va fi mai bine folosit pentru realizarea de dispozitive ingenioase şi eficiente.

Primită la 22 ianuarie 1981

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini-unelte

BIBLIOGRAFIE

1. Crum L.W., *Ingineria valorii*. Ed. tehn., Buc., 1976.
2. Tache V., Brăgaru A., *Dispozitive pentru maşini-unelte. Proiectarea schemelor de orientare şi fixare a semifabricatelor*. Ed. tehn., Buc., 1976.
3. Stănescu I., Tache V., *Dispozitive pentru maşini-unelte. Proiectare, construcţie*. Ed. tehn., Buc., 1979.
4. Sagyebo F., *Proiectarea şi construcţia dispozitivelor*. Institutul politehnic Cluj, 1969.
5. Gherghel N., *Îndrumar pentru lucrări de laborator la construcţia şi exploatarea dispozitivelor*. Institutul politehnic Iaşi, 1979.
6. Gojineţchi N., Rener A., *Proiectarea şi construcţia dispozitivelor*. Institutul politehnic Iaşi, 1970.
7. Кузнецов В. С., *Система универсально - сборных приспособлении в машиностроение*. Машгиз, Москва, 1964.
8. Abakumov M.M., *Dispozitive moderne pentru maşini-unelte* (trad. din l. rusă). I.D.T., Buc., 1962.
9. Picoş C. şi colab., *Normarea tehnică*. Vol. 1, Ed. tehn., Buc., 1979.

BETRACHTUNGEN UND METHODISCHEN FRAGEN ÜBER DEN ENTWURF DER SPEZIELLSPANNVORRICHTUNGEN FÜR DIE MASCHINENKONSTRUKTION (III)

(Zusammenfassung)

In der Arbeit ist einheitlich die Problematik des Speziellspannvorrichtungenentwurfes für die Maschinenkonstruction vorgestellt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVII (XXXI), Fasc. 3 — 4 1981
Secţia IV
MECANICĂ APLICATĂ

RECENZII

BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

GH. BUZDUGAN, *Rezistenţa materialelor*. Ed. a XI-a, Editura tehnică, Bucureşti, 1980, 742 pp.

Dans le cadre de la révolution technique et scientifique de nos jours on doit saluer, à juste titre, la parution de la XI-e édition revue de la *Résistance des matériaux*, dûe à M. le Prof. Dr. Gheorghe B u z d u g a n, Membre corr. de l'Académie de la République Socialiste de Roumanie. Le Réf., tout en soulignant d'or et dèjà sa conviction que cet admirable oeuvre ne tardera pas de paraître dans d'autres langues, comme de juste ont paru traduit à l'étranger certains autres livres du même auteur, se trouve dans l'impossibilité de reproduire ici nombre de détails d'arrangement et de nouveautés de fond ou bien de style qui caractérise cette nouvelle XI-e édition.

Les points saillants de ce cours de Résistance des matériaux, qui en constitue la continuation naturelle des cours de Mécanique des rigides, dont l'ensemble excelle dans une discipline qui forme l'ossature inébranlable des facultés de génie mécanique, répondent pleinement à la tendance qui s'avère au niveau mondial, à savoir sa partition en deux : La première, qui s'apparente étroitement avec la théorie de l'élasticité, et s'appelle assez souvent la *Mécanique des corps déformables*, porte sur l'établissement des relations pour le calcul des efforts unitaires et des déformations, et la seconde, que l'on appelle le *Calcul de résistance*, centrée autour des notions fondamentales d'*état-limite*, de *résistance admissible* et de *coefficient de sécurité*, en constitue le fondement des desseins corrects des parties constitutifs des machines. Ces deux grandes parties, sousdivisées, respectivement en 19 (596 pages) et 5 chapitres (pp. 597—712) sont suivies par des *annexes* (pp. 713—732) qui contiennent une table nouvelle des résistances admissibles o$_R$ l'on tient compte des données tout à fait récentes. Bibl. 90 titres et un Index alphabétique complètent ce mise au point d'un oeuvre, dont les fruits surpassent d'or et déjà la promesse des fleurs.

D. Mangeron

C.A. BREBBIA and S. WALTER (Ed.), *Bondary Element Techniques in Engineering*. Butterworth & Co, 1980, 210 pp.

After the finite element technique, a new method is more and more imperative in solving more quickly and efficiently the numerous differential equations in physics and engineering. This is the boundary element method of which techniques are the object of this volume.

The work presents gradually, in the 7 chapters, a series of aspects, mathematical and applicative, concerning the utilisation of boundary element technique.

Thus, in the first chapter, several approximation methods of the differential equations solutions are presented, among which the boundary methods.

The application of boundary methods for potential problems (governed by Laplace or Poisson equations) with constant boundary elements makes the object of the second chapter.

In the third chapter, the boundary method is extended in solving some plane and solid problems with elements of linear or higher-order boundary.

The fourth chapter deals with the presentation of some problems concerning the fundamental solutions of differential equations, determination of explicit form of this solutions and finally the fundamental solutions for a series of usual differential eqnations are presented.

The study of some elasticity problems by boundary methods makes the object of the fifth chapter together with the resolution of a series of elasticity problems.

In the sixth chapter the authors treat some aspects related to the application of boundary elements in solving time dependent equations and some plasticity problems.

The last aspect concerning the boundary element technique is treated in the seventh chapter and it refers to its utilisation in solving some problems with heterogeneous domain. In this chapter it is also presented the technique of combination of boundary element method with that of finite element.

The advantages of boundary element technique to the other methods of numerical resolution of differential equations are also emphasized. The work is accessible for both the engineers and the students in science and technology. The presentation is clear and concise and the examples are conclusive.

The graphical presentation as well as the printing paper are irreproachable.

M. Gafiţanu

MIRCEA GH. MUNTEANU, *Aplicarea pe calculator a metodei elementului finit.* Universitatea din Braşov, 1979, 170 pp.

The University from Braşov, published in 1979 *Computer Application of the Finite Element Method,* by Dr. Engr. Mircea Gh. Munteanu from the Strength of Materials Department in Braşov University. This book is addressed to those who want to become familiar with this modern method of field problems numerical resolution, based—especially —on structures calculation, starting from the basic knowledge assimilated in the polytechnic institutes. At the same time the work is also useful to those who apply finite element method (FEM) in various fields, either using programs of their own, or ones given by the technical literature.

The book is divided into two parts. The first part contains the theoretical basis exposition of the FEM (Ch. 1, *Energetic Theorems* and Ch. 2, *FEM as an Approximate Resolution Method for the Equations of the Theory of Elasticity*). This is the recapitulation of some theory of elasticity and strength of materials principles, reorganized in a way that permits a natural passing to the FEM formulation. FEM is presented as a Rayleigh-Ritz method application at the resolution of the equations of the theory of elasticity, starting from the extreme theorem of the total potential energy to the displacements method applied for beam systems and for structures, generally.

The second part (Ch. 3 entitled *Organizing a Finite Element Program*) is — as entitled— about the realization of a program, insisting especially on linear equations systems resolution methods, being evident that the subroutine of linear equations systems resolution is the „heart" of any FEM program, determining — in fact — the program's performances. Various routines written in FORTRAN language are presented, most of them being of an original conception, beginning with the most simple up to complex ones. At the end of Ch. 3, some considerations are made on the errors resulted from FEM application.

The paper ends with two annexes: the first one presents the Gauss' numerical integration method of a great utility in FEM programs. The second, comprises a complete FEM program It is stressed the idea of using disk files to increase the performances.

The work is extremely useful because it contains all details for a program ellaboration using FEM. They are explained in terms of theoretical principles in the first part. The program may by developed by any reader, due to its modular conception, permittting the realisation of a program with good performances.

The book's content (170 pages) is intelligible and concise.

Ioan Deutsch

G.C. SIH and V.P. TAMUZS, (Eds.), *Fracture of Composite Materials.* Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, The Netherlands, 1979.

Le livre présenté par l'éditure Sijthoof & Noordhoff contient les travaux du Symposium international USA—U.R.S.S. sur la fracture des matériaux composites tenu à Riga, U.S.S.R., 4—7 sept. 1978. Les grandes chapitres sont les suivants: *Microfissures, Méthodes analytiques et statistiques, Analyse de la fracture, Analyse de la rupture* et *Méthodes expérimentales.* Cette apparition en excellentes conditions graphyques est précieuse pour la connaissance des propriétés fondamentaux des matériaux composites utilisés spécialement dans les constructions aviatiques, mécaniques et navales.

Les articles présentés couvrent un très large spectre de problèmes tant déterministes que nondéterminínistes (les aspects statistiques des modèles de calculs, prédiction de la rup-

ture, microfissures, la projection optime etc.). Les méthodes expérimentales destructives et nondestructives ainsi que l'excellent matériel photographyque montrent les procédées modernes d'étude. Les matériaux composites étudiés sont des plus diverses ; multicouches, fibreux, etc. concernant les métaux, les polymères, etc. et plusieurs types de sollicitations statiques, dynamiques et thermiques.

Ce livre est un outil indispensable pour tous ceux qui travaillent dans le domain des matériaux composites et font de la recherche ou la projection.

Victor Florin Poteraşu

NICOLAI IVANOVICH LEVITSKII, *Mechanisms and Machines Theory*. Science Publishing House, Editorial Staff for Phisical and Mathematical Literature, Moskow, 1979, 576 pp.

The textbook writen by Nicolai L e w i t s k i i presents the methods of study and design of modern machines and mechanisms.

The „Course of Mechanisms and Machines Theory" writen by Nicolai Ivanovich L e v i t s k i i and O.N. L e v i t s k i i, in 1978, constitutes the basis of this textbook.

The content includes : kinematic and dynamic analysis of spatial mechanisms, mechanisms and machines vibrations, optimal synthesis of mechanisms schemes including the hydraulic and pneumatic mechanisms, the industrial robots and manipulators theory, the design basis of control systems for automatic machines.

The calculus relations, the design indications and the reckoning examples were given only when they were necessary to understand the essence of the general methods of mechanisms and machines theory.

The terms and the conventional notations were given in accordance with the International Standardization Organization Recommendations.

Of particular importance is the annex with fundamental terms of mechanisms and machines theory in Russian, German, English and French.

The textbook is destined to the students of technical universities, to the professors and to the designers.

V. Merticaru

R.J. KNOPS, (Ed.), *Nonlinear Analysis and Mechanics*. Heriot-Watt Symposium, Pitman Publishing Limited, Vol. 1, 241 pp., 1977; Vol. 2, 285 pp., 1978 ; Vol. 3, 173 pp., 1979; Vol. 4, 212 pp. ,1979.

La série de quatre volumes parus dans l'Éditure Pitman House représente les travaux du symposium tenu en 1976 à l'Univrsité Heriot-Watt dans le cadre du programme scientifique „Propriétés qualitatives en élasticité non-linéaire" organisé par le Conseil National de la Recherche de Grande-Bretagne.

Le premier volume décrit le comportement qualitative des lois de conservation pour les systèmes hyperboliques, l'étude de l'apparition des bifurcations et des formes possibles de bifurcation dans l'espace de Banach, leur représentation parametrique, les valeurs propres, les bifurcations généralisées, les types de nonlinéarités, l'étroite liaison avec la théorie des catastrophes, des applications concernant le flambage des plaques rectangulaires élastiques et les voiles minces cylindriques avec petite courbure, des applications des bifurcations aux oscillations nonlinéaires (équation de Duffing). Les autres chapitres concernent le problème de St. Venant pour l'élasticité non-linéaire avec des applications pour la torsion des corps prismatiques. Le dernier chapitre analyse les théorémes d'existence et les inéqualités constitutives dans l'élasticité nonlinéaire avec des applications aux différents matériaux : isotropes, nonhomogènes de type Mooney-Rivlin, incompressibles.

Le volume est un précieux instrument pour les mathématiciens travaillant dans le domaine de l'élasticité nonlinéaire.

Le deuxième volume a deux chapitres dont le premier s'occupe des déformations dans l'élasticité nonlinéaire présentant des méthodes spécifiques de calcul des variations pour les problèmes conservatives tandis que le deuxième expose en détail les fondementes mathématiques de l'élasticité. En rappelent son nombre de pages 239, le nombre de références bibliographyques 265, le fait qu'il s'occupe des systèmes dynamiques, des problèmes spéciaux dans l'élasticité nonlinéaire on comprends l'importance de l'étude réalisé.

Le troisième volume est assez héterogène puisqu'il concerne des problèmes sur la statistique sociologique, la théorie des semi-groups des contractions nonlinéaires avec des applica-

tions aux équations à dérivées partielles nonlinéaires et lois de consérvation de la mécanique des milieux continus pour les modèles visco-élastiques.

Le quatrième volume de la série cherche la liaison avec le premier, en reprenant sur un autre plan les lois de conservation pour les problèmes hyperboliques, le problème de St. Venant dans l'élasticité nonlinéaire, la théorie de la bifurcation et les applications de la compactité compensée pour les équations à dérivées partielles.

Les travaux scientifiques présentés ont une haute tenue, étant conçus par des spécialists renomés dans les domains réspectifs.

L'aspect éditorial est irréprochable, soigné, avec des figures et des formules parfaitement présentées.

Les quatres volumes parus dans l'éditure Pitman sont indispensables sur la table de travail de tous les spécialists en élasticité nonlinéaire.

Victor Florin Poteraşu

1983 AUG 0 4

10822